

Projeto TEIA DO SABER 2006 UNESP – Campus de Guaratinguetá  
Secretaria de Estado da Educação, SP. Departamento de Matemática  
Diretoria de Ensino da Região de Guaratinguetá  
Coordenador Prof. Dr. José Ricardo Zeni

Metodologias de Ensino de Disciplinas da Área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias do  
Ensino Médio: Matemática I (Curso Inicial)

## **GEOMETRIA ESPACIAL**

Prof. Dr. Angela Dias Velasco

Departamento de Mecânica

FEG – UNESP

avelasco@feg.unesp.br

## SISTEMAS DE PROJEÇÃO

Diz-se que uma figura do espaço se projeta de um ponto  $O$  sobre um plano  $\pi$ , que não contém o ponto  $O$ , quando se determina sobre o plano  $\pi$ , as interseções dos vários raios projetantes, determinados pelo centro de projeção  $O$  e pelos pontos da figura.

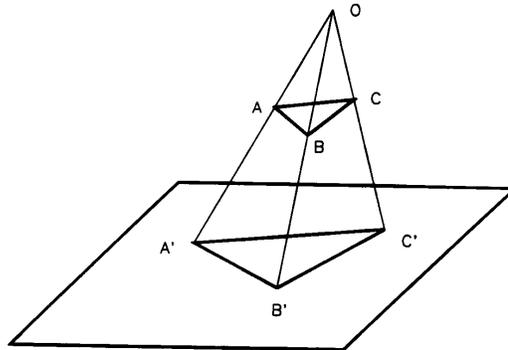


Figura 1 – Projeção cônica

Todo sistema de projeção tem os seguintes elementos: centro de projeção, objeto, plano de projeção. As retas que partem do centro de projeção e passam pelos pontos a serem projetados e interceptam o plano de projeção são chamadas de projetantes.

De acordo com a posição ocupada pelo centro de projeção (finita ou no infinito), os sistemas de projeção se classificam em: sistema de projeção cônico ou sistema de projeção cilíndrico.

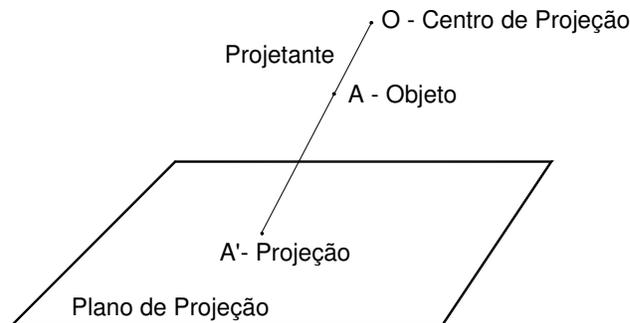


Figura 2 – Elementos dos sistemas de projeção

### PROJEÇÃO CÔNICA

O sistema de projeção cônico caracteriza-se por ter o centro de projeção a uma distância finita do objeto, fazendo com que as projetantes sejam convergentes neste ponto, formando uma figura similar a um cone, daí o seu nome. Este sistema nos proporciona a perspectiva real ou exata, já que reproduz exatamente a realidade, a partir do momento que sempre vemos o objeto estando a uma distância finita dele.

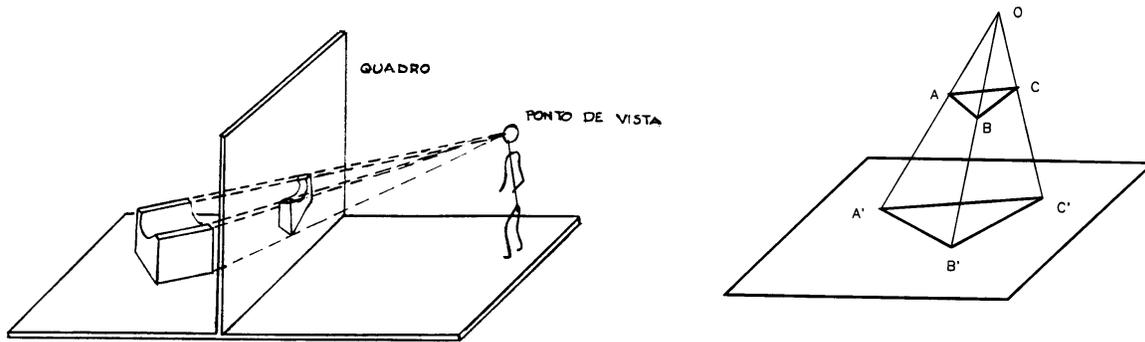


Figura 3 - Projeções Cônicas

### PROJEÇÃO CILÍNDRICA

O sistema de projeção cilíndrico caracteriza-se por ter o centro de projeção a uma distância infinita do objeto, fazendo com que as projetantes fiquem paralelas entre si. Dependendo da posição do centro de projeção (observador), podemos subdividir este sistema em projeção cilíndrica oblíqua e projeção cilíndrica ortogonal, sendo esta última um caso específico do sistema cilíndrico de projeção.

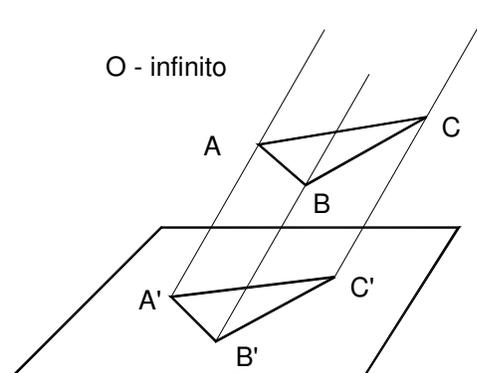


Figura 4 - Projeção Cilíndrica Oblíqua

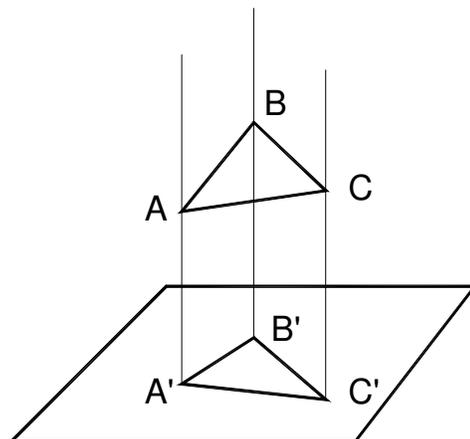


Figura 5 - Projeção Cilíndrica Ortogonal

## PROJEÇÃO CILÍNDRICA OBLÍQUA

A projeção cilíndrica oblíqua fornece as perspectivas cavaleiras, nos casos específicos em que posicionemos o objeto com suas faces paralelas ao plano de projeção. (Fig. 6)

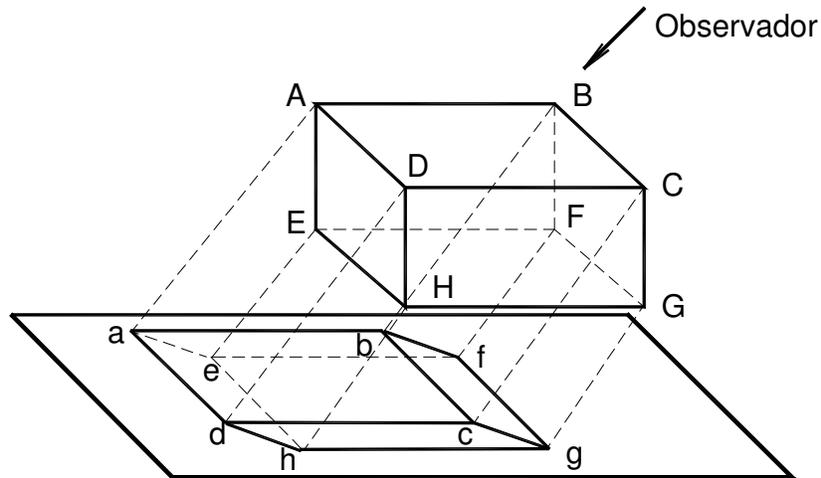


Figura 6 - Perspectiva Cavaleira

As características desta perspectiva são:

- Duas dimensões do objeto formam um plano paralelo ao plano de projeção. Desta forma esta face e todas as que lhe forem paralelas se projetarão em verdadeira grandeza.
- A terceira dimensão forma o que se chama de linha de fuga. Embora possa haver infinitas posições para a linha de fuga, dependendo da posição do centro de projeção, utilizamos, por facilidade de traçado, as linhas de fuga a  $30^\circ$ , ou a  $45^\circ$  ou a  $60^\circ$ . (Fig. 7) Embora também possamos ter vários fatores de redução das dimensões encontradas nas linhas de fuga, usamos as mostradas no quadro 1.

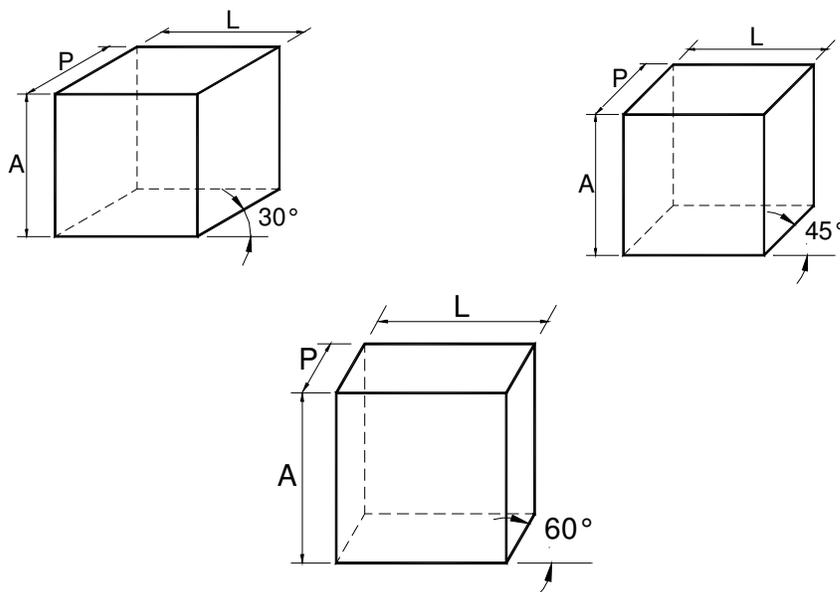


Figura 7 - Posições adotadas para as perspectivas cavaleiras

Para cada ângulo adotado (30, 45 ou 60°), encontra-se 4 posições nas quais se pode representar o objeto, conforme exemplos da Fig. 8.

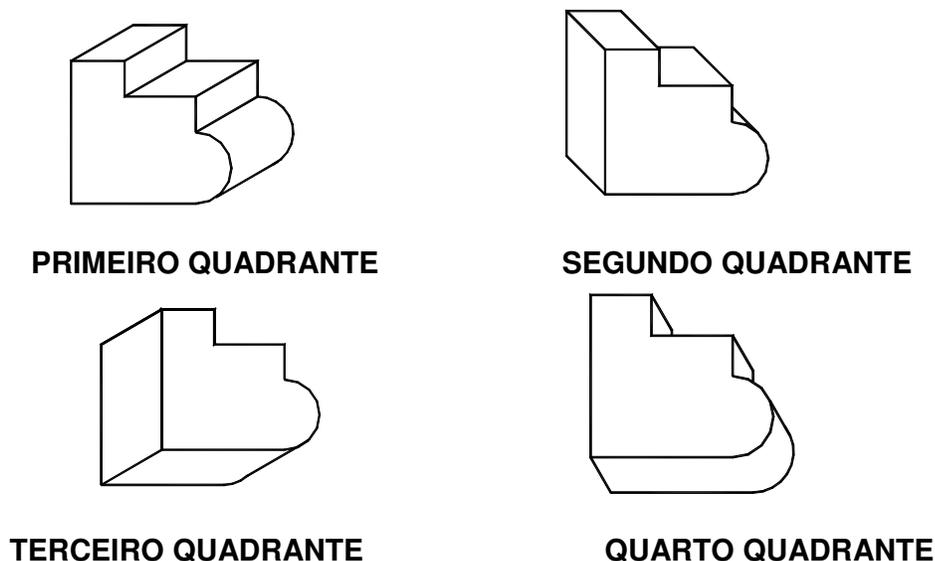


Figura 8 – Quadrantes nos quais se pode representar um objeto

Quadro 1- Reduções adotadas nas perspectivas cavaleiras.

<b>PERSPECTIVA CAVALEIRA</b>			
<b>Ângulo da Fuga</b>	<b>30°</b>	<b>45°</b>	<b>60°</b>
Largura	1 ⇒ 1	1 ⇒ 1	1 ⇒ 1
Altura	1 ⇒ 1	1 ⇒ 1	1 ⇒ 1
Profundidade (Linha de Fuga)	1 ⇒ 2/3	1 ⇒ 1/2	1 ⇒ 1/3

### **PROJEÇÃO CILÍNDRICA ORTOGONAL:**

A projeção cilíndrica ortogonal fornece dois tipos de desenho muito usados na representação técnica: as perspectivas axonométricas e as vistas.

#### **Perspectivas Axonométricas:**

As perspectivas axonométricas são os desenhos resultantes da projeção cilíndrica ortogonal quando o objeto encontra-se inclinado em relação ao plano de projeção. Considerando-se que, conforme a inclinação do objeto, podemos ter diferentes fatores de redução de suas medidas reais em relação às projeções, podemos classificar as perspectivas axonométricas em: (Fig. 9)

- Trimétrica - reduções diferentes nas três dimensões
- Dimétrica - duas dimensões com reduções iguais
- Isométrica - as três dimensões têm o mesmo fator de redução.

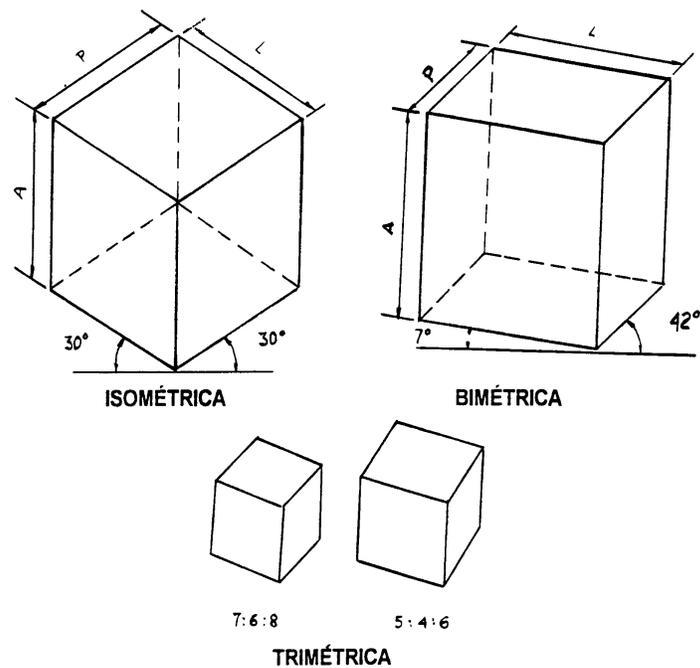
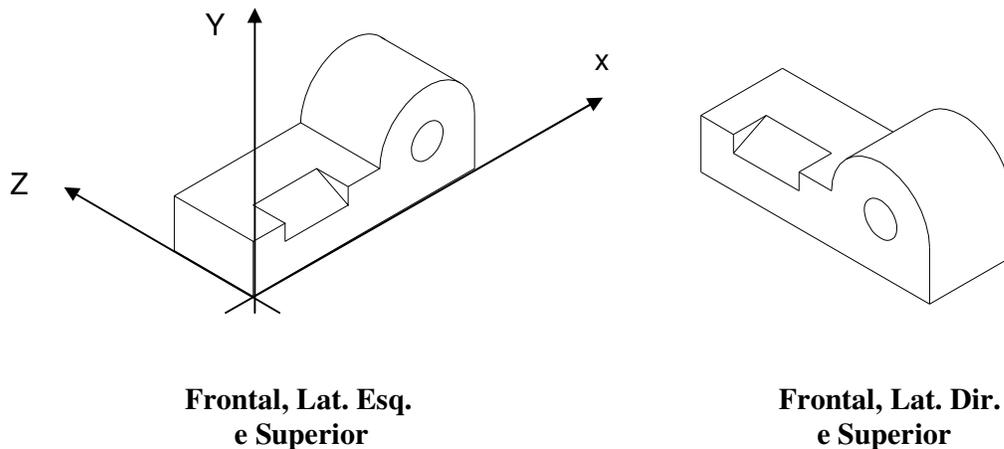


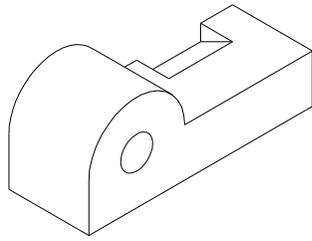
Figura 9 - Perspectivas axonométricas

A mais utilizada, por sua simplicidade, é a isométrica, que tem como características:

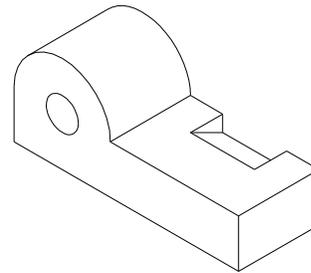
- Os eixos fazem entre si ângulos de  $120^\circ$  e são chamados de eixos isométricos.
- As reduções nas três dimensões são iguais e têm o valor de 0,81.
- Pode ser feita a perspectiva sem redução, chamada de perspectiva isométrica simplificada.
- As retas paralelas do objeto, permanecem paralelas na perspectiva. Se forem paralelas aos eixos são chamadas de linhas isométricas.
- Os planos paralelos aos planos formados pelos eixos são chamados de planos isométricos.
- Os ângulos, as linhas e planos não isométricos não aparecem em verdadeira grandeza.

Um mesmo objeto pode aparecer de oito maneiras diferentes em uma perspectiva isométrica, como se pode ver nos exemplos da Fig. 10.

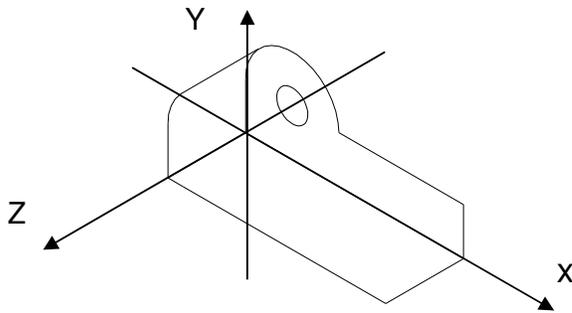




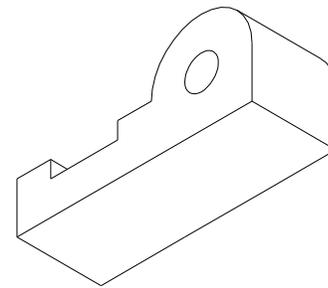
**Posterior, Lat. Dir.  
e Superior**



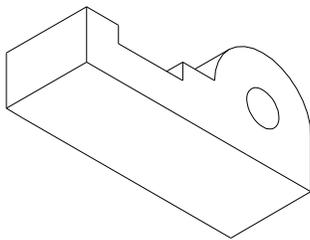
**Posterior, Lat. Esq.  
e Superior**



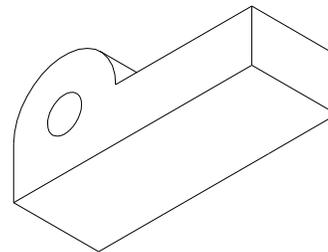
**Posterior, Lat. Dir.  
e Inferior**



**Frontal, Lat. Esq.  
e Inferior**



**Frontal, Lat. Dir.  
e Inferior**



**Posterior, Lat. Esq.  
e Inferior**

Fig. 10 – Posições da perspectiva isométrica