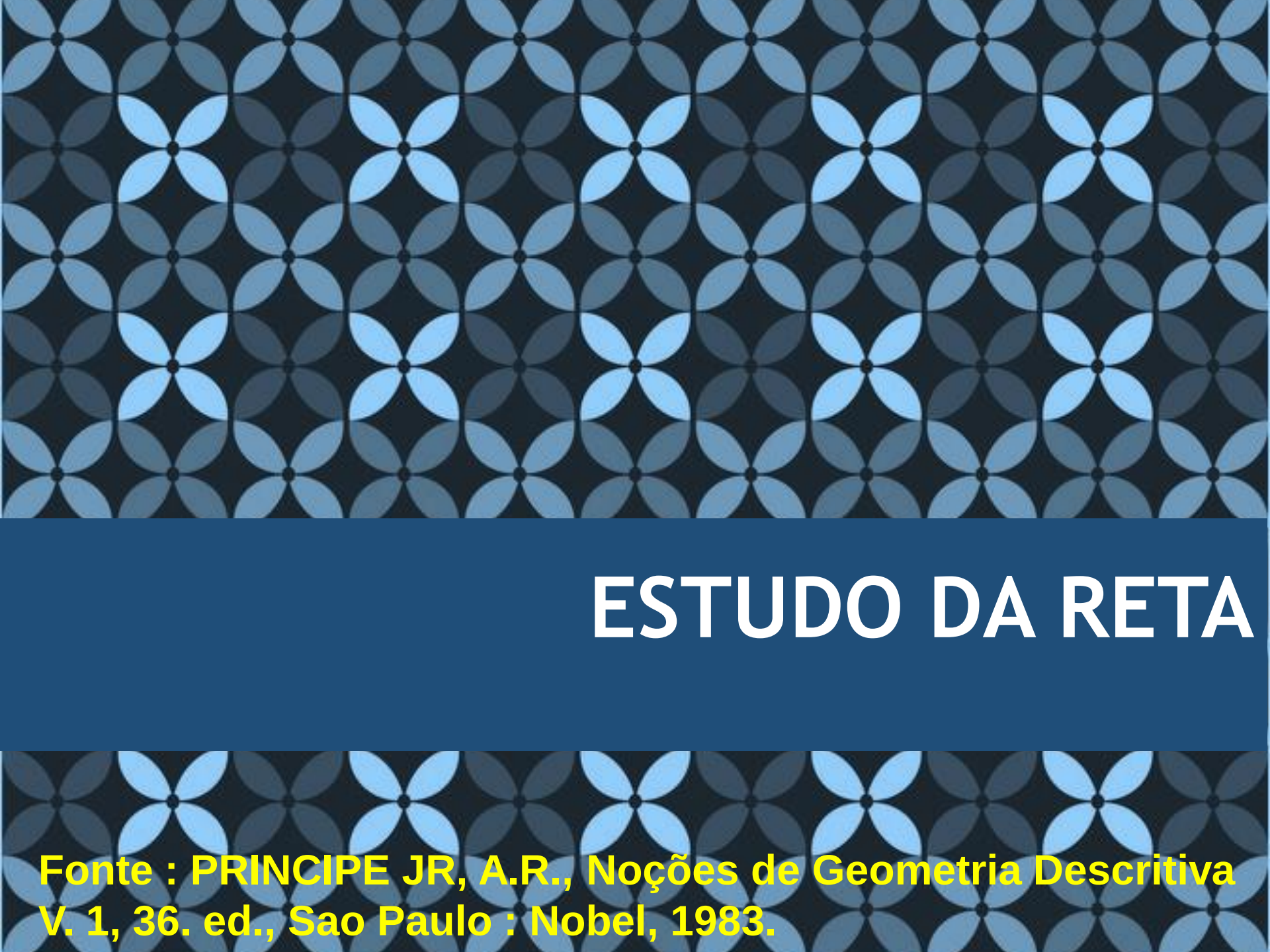


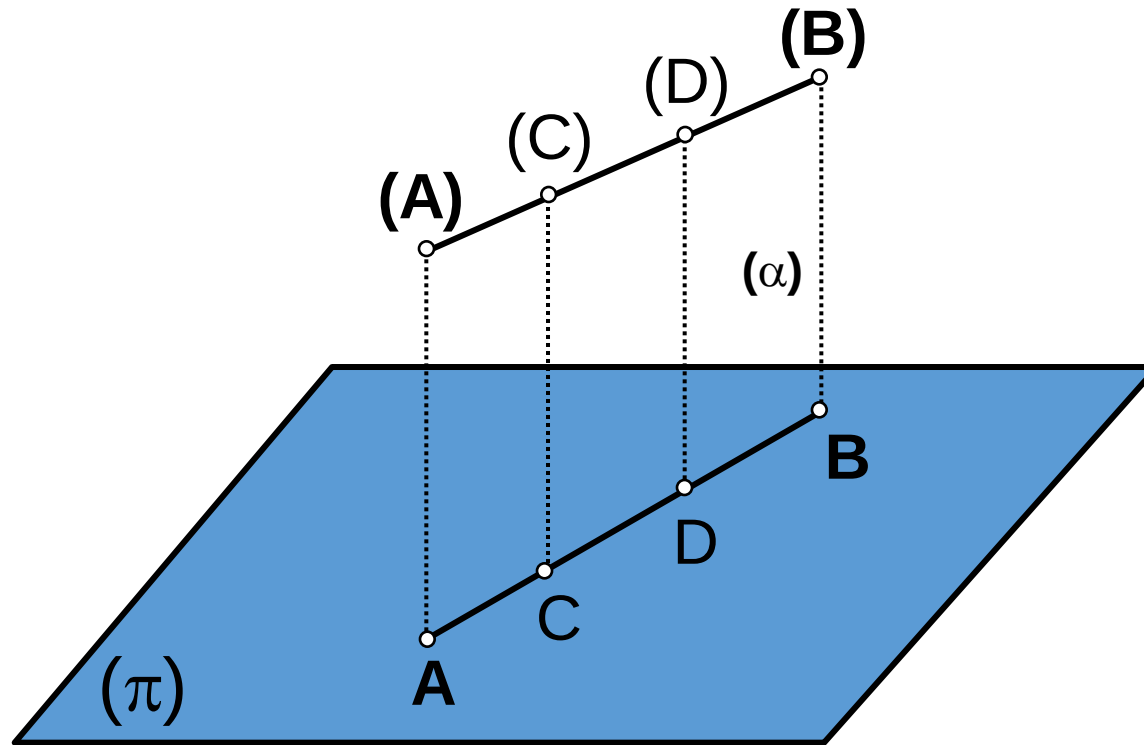


ESTUDO DA RETA

Fonte : PRINCIPE JR, A.R., Noções de Geometria Descritiva
V. 1, 36. ed., Sao Paulo : Nobel, 1983.

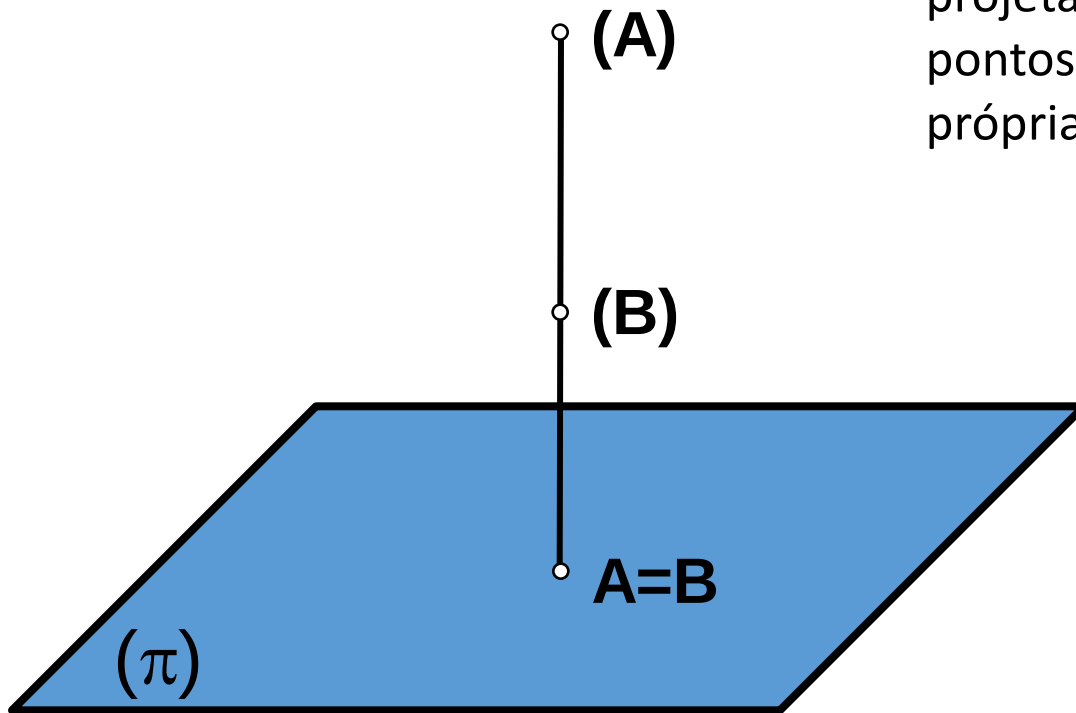
ESTUDO DA RETA

“A projeção de uma reta sobre um plano é o lugar das projeções de todos os seus pontos sobre este plano”.

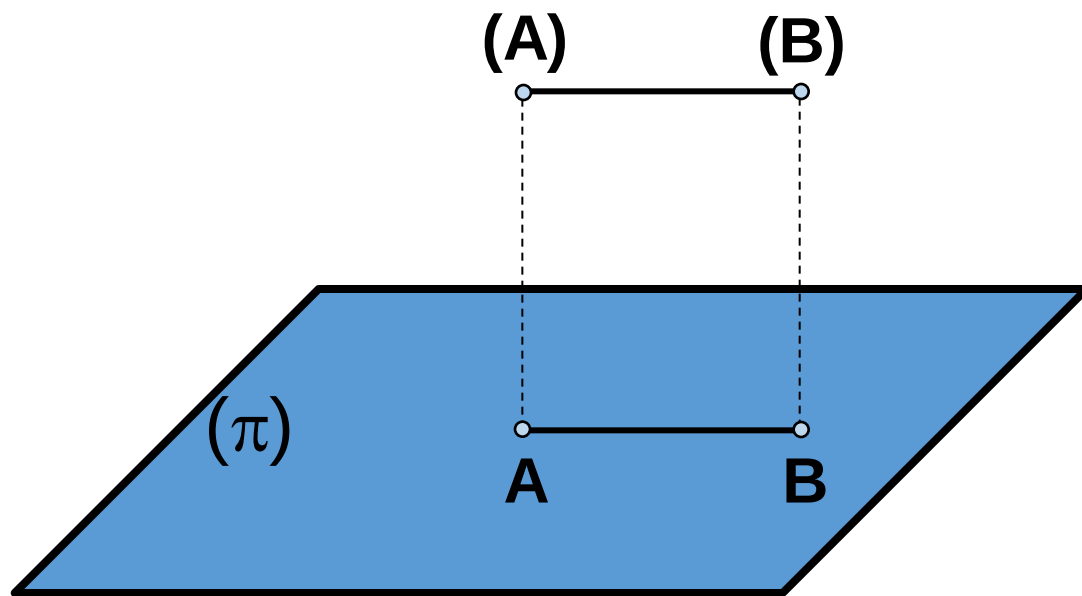


Baixando de todos os pontos da reta perpendiculares ao plano, os pés das perpendiculares dão lugar à projeção ortogonal da reta. Estas perpendiculares formam um plano perpendicular ao plano π que é o plano projetante da reta. Os pés das perpendiculares estão na interseção dos dois planos e a projeção da reta (AB) é portanto esta interseção.

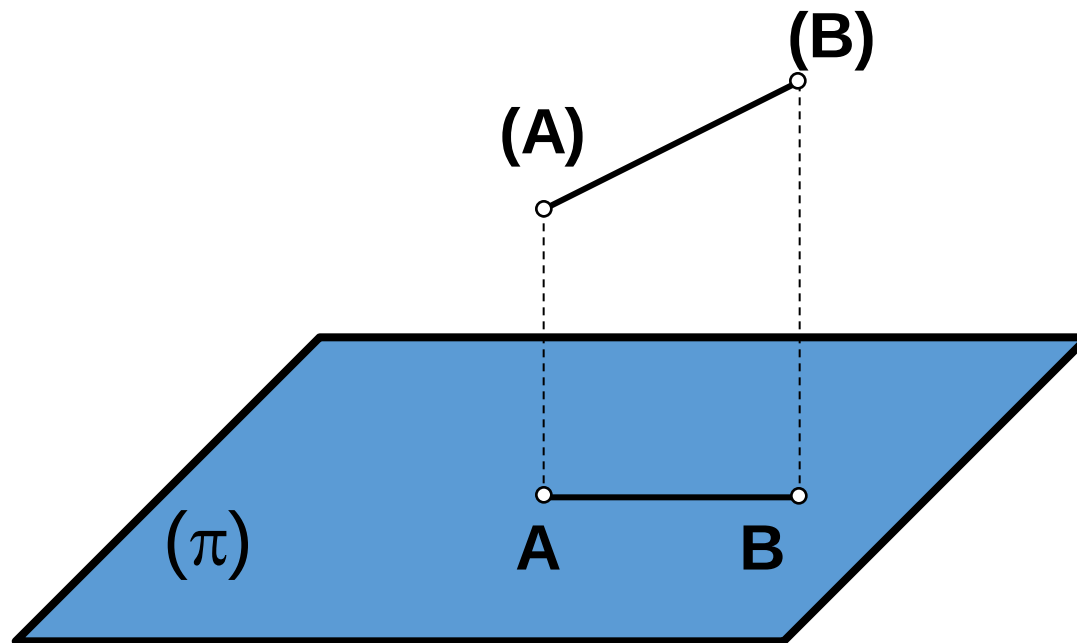
A projeção de uma reta sobre um plano só deixa de ser uma reta quando esta lhe for perpendicular. Neste caso a projeção da reta se reduz a um ponto porque as projetantes de todos os seus pontos se confundem com a própria reta



Quando uma reta for paralela ao plano, a sua projeção sobre este plano é igual e paralela à própria reta. No exemplo dado, seja a reta $(A)(B)$ paralela ao plano π cuja projeção neste plano é a reta AB . As duas retas $(A)(B)$ e AB formam com as projetantes $(A)A$ e $(B)B$ um paralelograma no qual $(A)(B) = AB$. Diz-se então que a reta se projeta em VERDADEIRA GRANDEZA (V.G.).

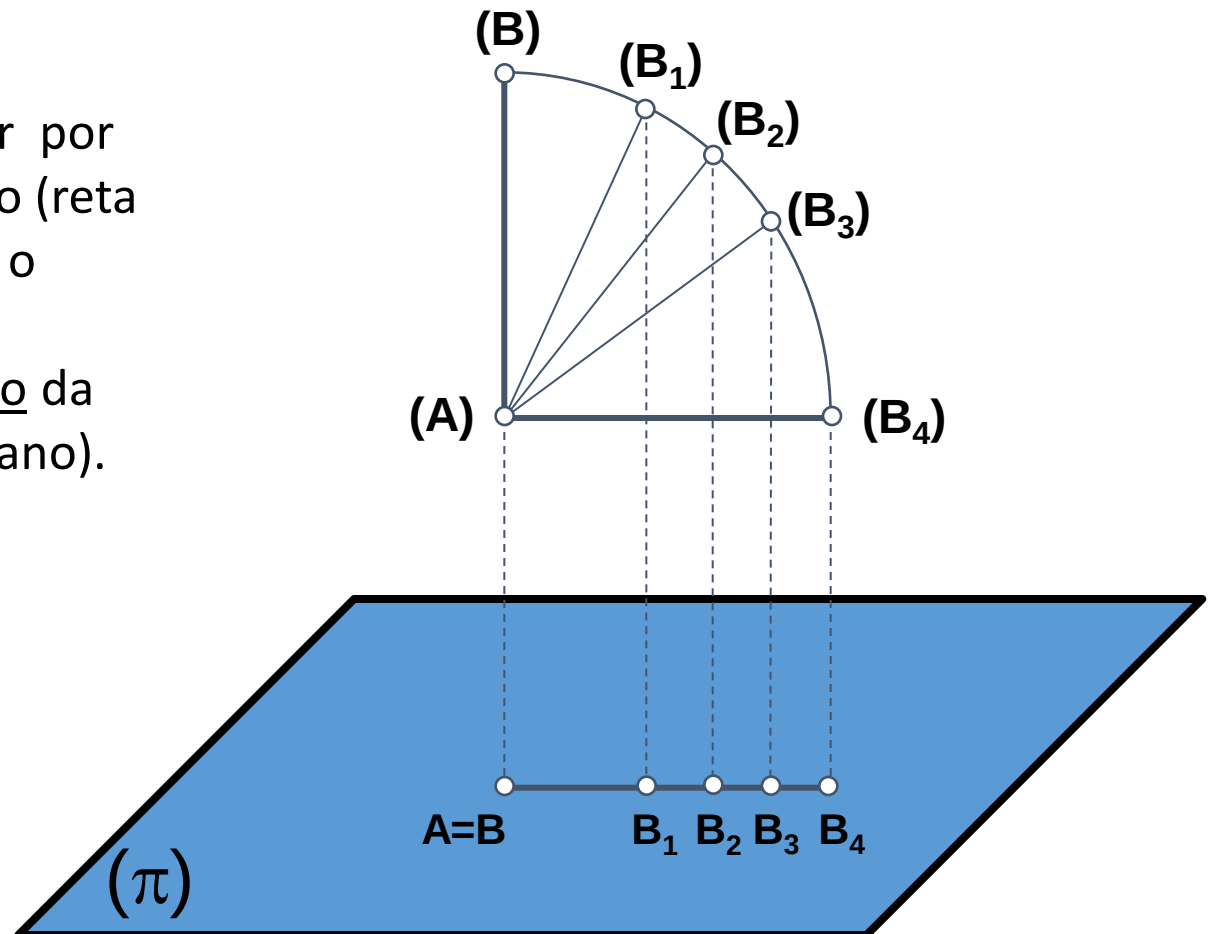


Quando uma reta for oblíqua a um plano, a sua projeção é menor que a reta do espaço. Isto pois a reta forma, com a sua projeção e as projetantes, um trapézio retângulo cuja base é menor que a reta do espaço.



- O comprimento da projeção de uma reta sobre um plano varia com a inclinação desta em relação ao plano.

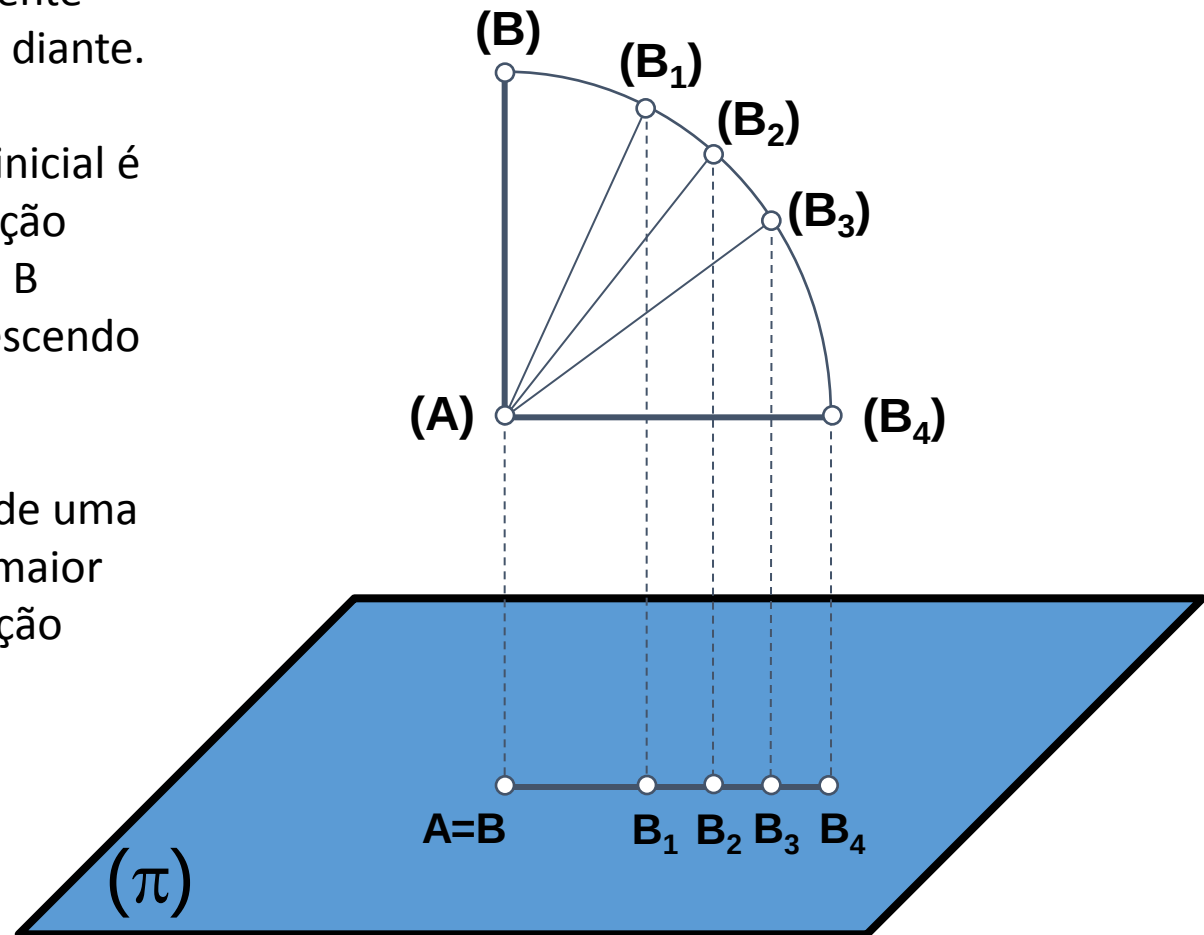
- Uma reta pode passar por todos os valores, de zero (reta ortogonal ao plano) até o limite máximo igual ao comprimento verdadeiro da reta (reta paralela ao plano).



- Seja a reta $(A)(B)$ perpendicular ao plano p . Suponha que a reta girando em torno de (A) ocupe as posições $(A)(B_1)$, ... $(A)(B_3)$, etc, cujas projeções no plano (p) são respectivamente AB , AB_1 , AB_2 , etc. e assim por diante.

- Verifica-se que a projeção inicial é o ponto $A=B$ e que esta projeção torna-se AB_1 quando o ponto B atinge a posição (B_1) e vai crescendo gradativamente.

- Conclui-se que a projeção de uma reta sobre um plano é tanto maior quanto menor for sua inclinação sobre ele.

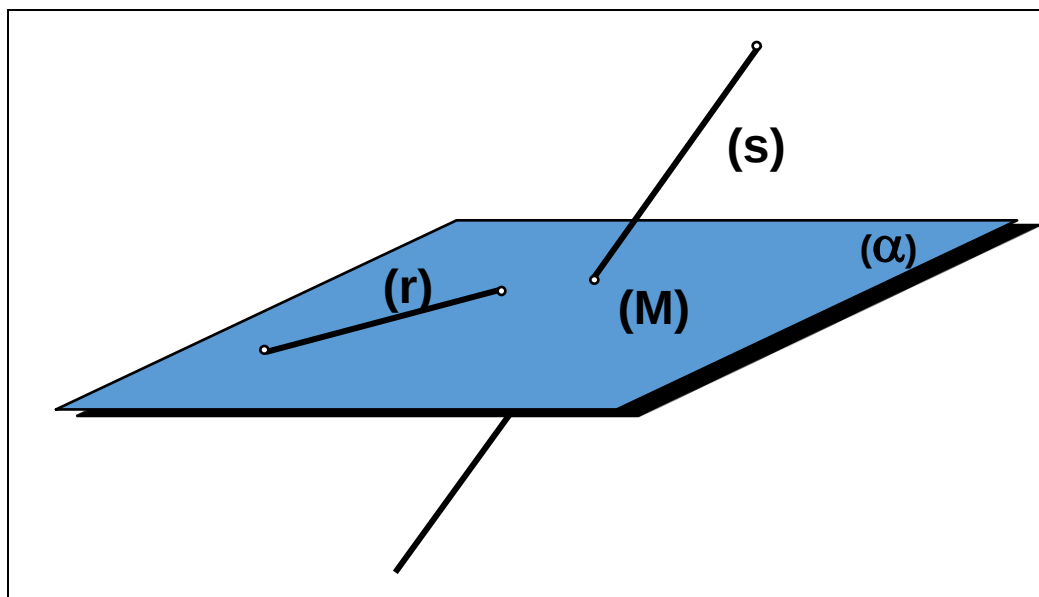


POSIÇÕES *RELATIVAS DE DUAS RETAS*

RETAS REVERSAS OU NÃO COPLANARES

Enquanto a reta (r) está situada no plano (α) , a reta (s) tem neste plano apenas um ponto (M) . Conclui-se que o ponto (M) e a reta (r) definem o plano (α) e a reta (s) a ele não pertence.

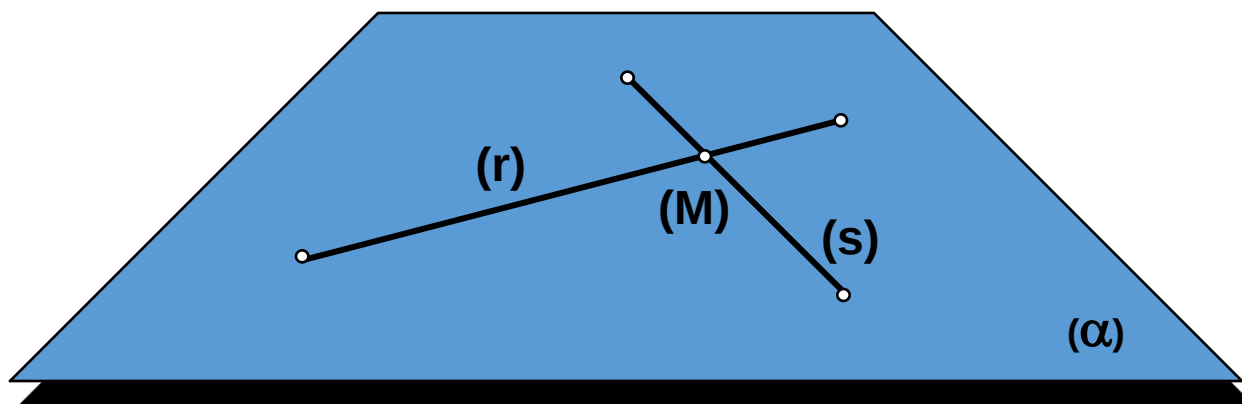
(r) e (s) são retas reversas ou não coplanares, o que significa que não pertencem ou não estão posicionadas no mesmo plano.



RETAS COPLANARES

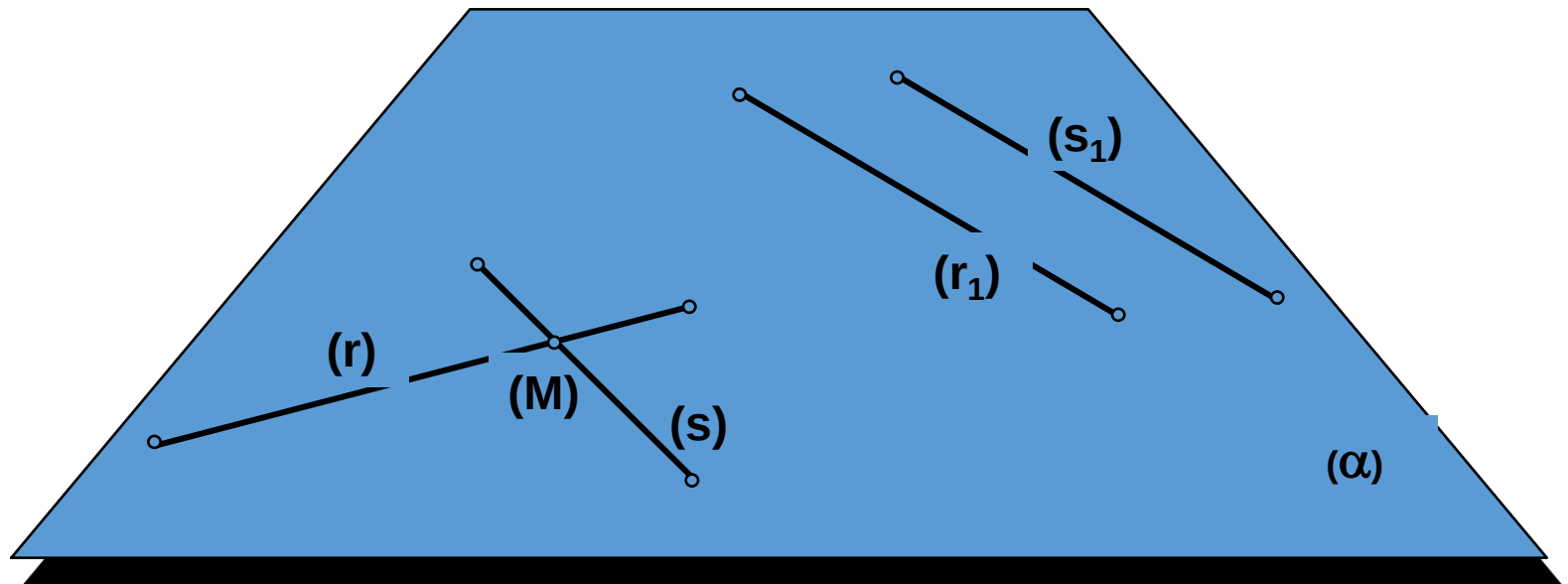
Sejam as retas (r) e (s) , o plano (α) e o ponto (M) , comum às retas (r) e (s) e ao plano (α) . As retas (r) e (s) pertencem ao mesmo plano.

(r) e (s) são ditas “coplanares”, “pois definem um plano.



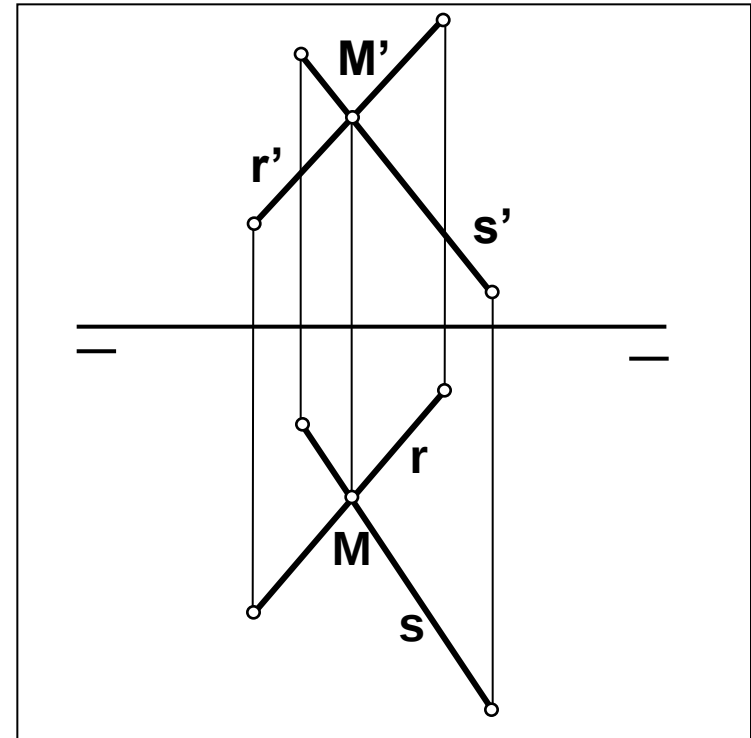
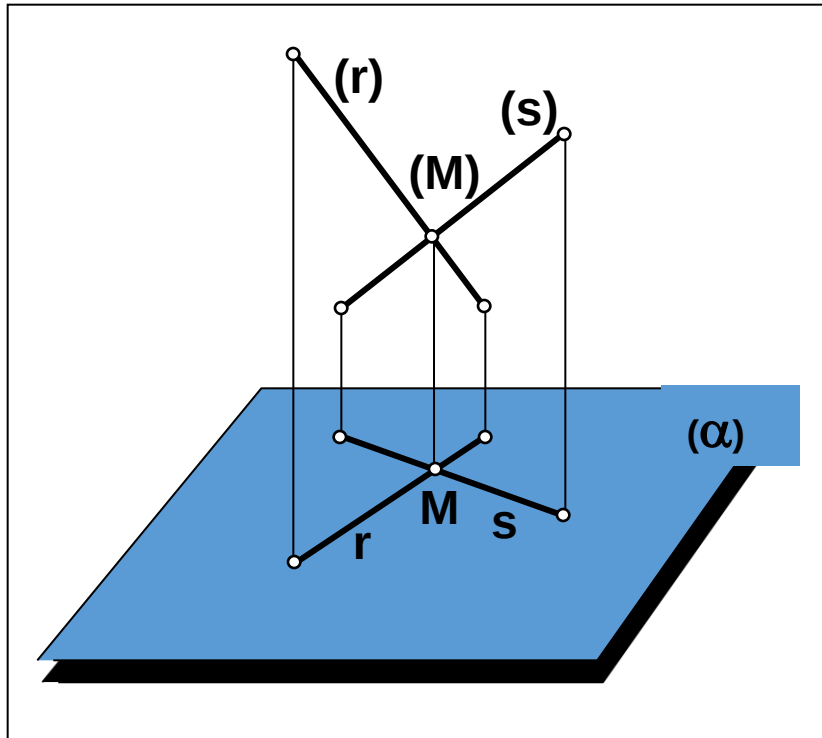
RETAS COPLANARES

- Concorrentes: as retas (r) e (s) apresentam um ponto em comum (M) .
- Paralelas: as retas (r_1) e (s_1) são paralelas, não admitindo ponto comum.



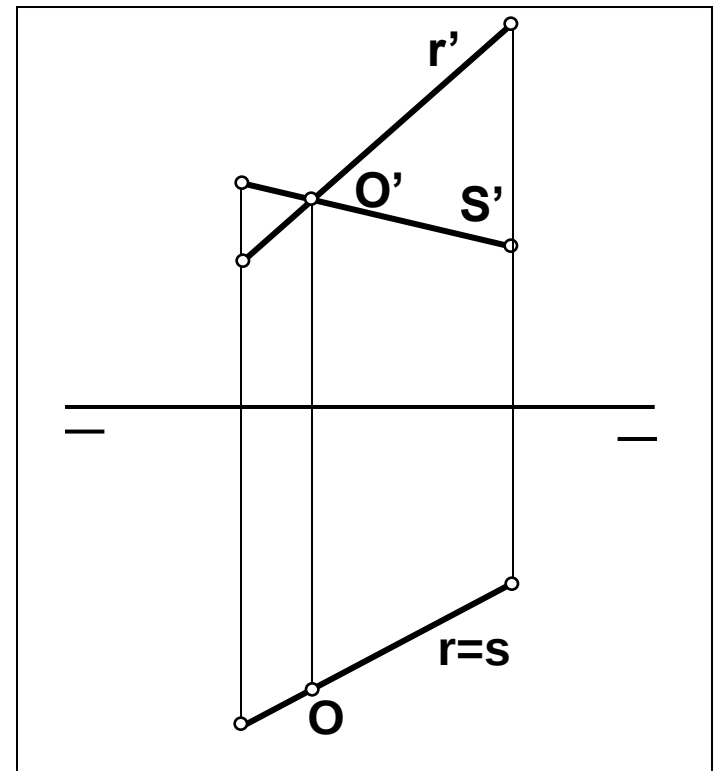
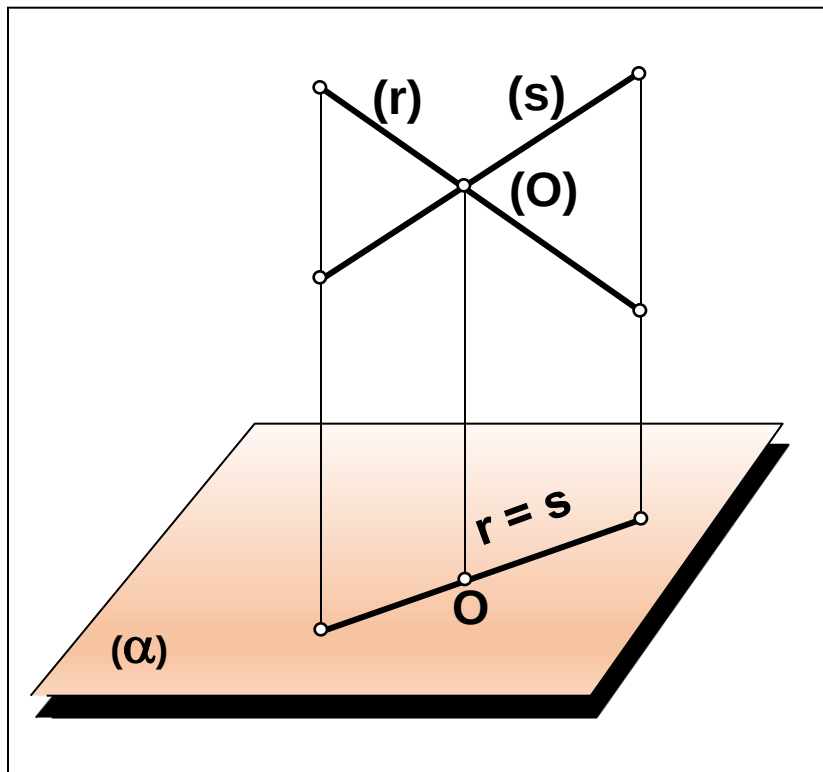
- **RETAS COPLANARES CONCORRENTES**

Duas retas são concorrentes quando o ponto de interseção das projeções verticais e o das projeções horizontais (M) estiver numa mesma linha de chamada



- **RETAS COPLANARES CONCORRENTES**

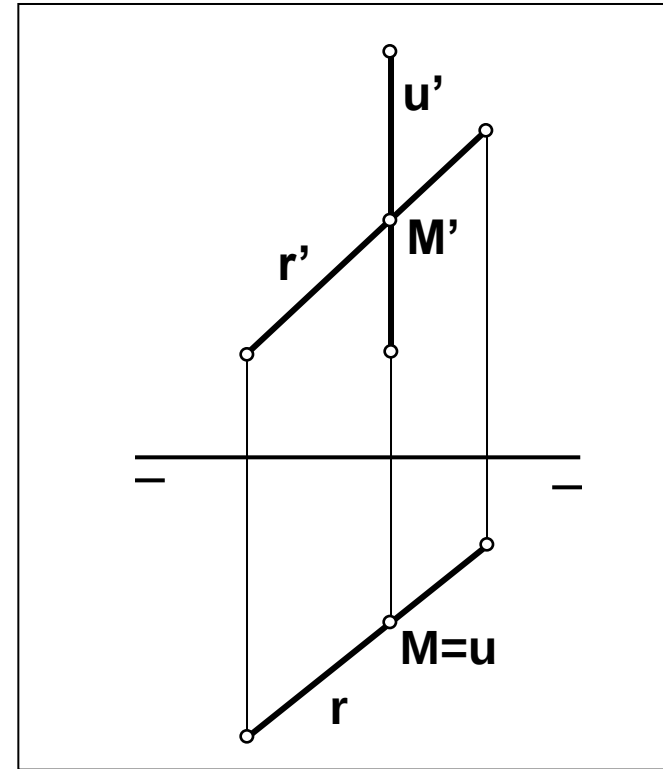
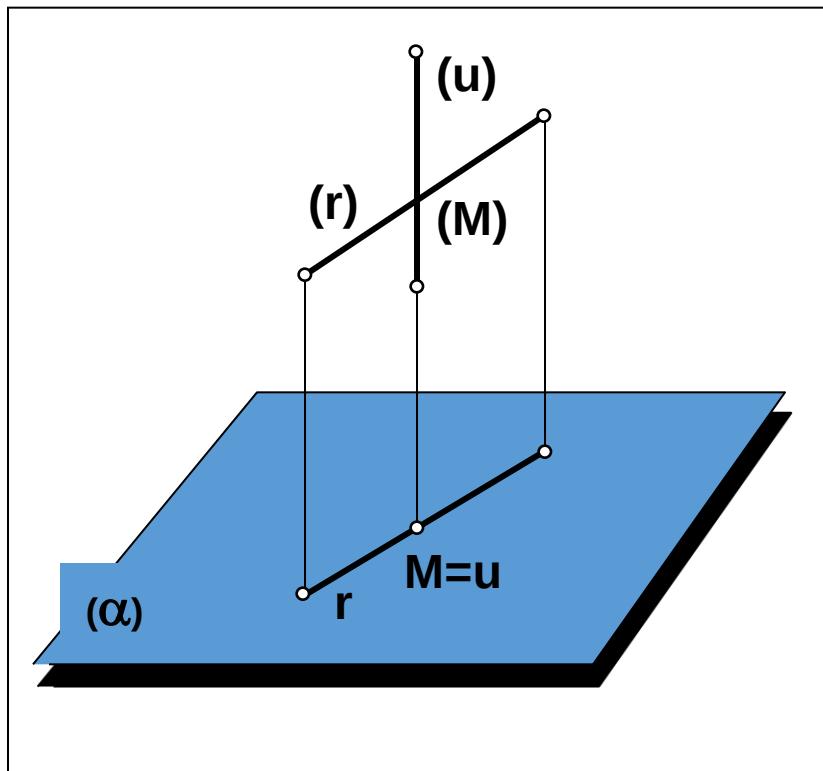
Duas retas são concorrentes quando duas projeções de mesmo nome se confundem e as outras duas se cortam.



Neste caso as 2 retas concorrentes admitem um mesmo plano de projetante e por isso suas 2 projeções de mesmo nome coincidem.

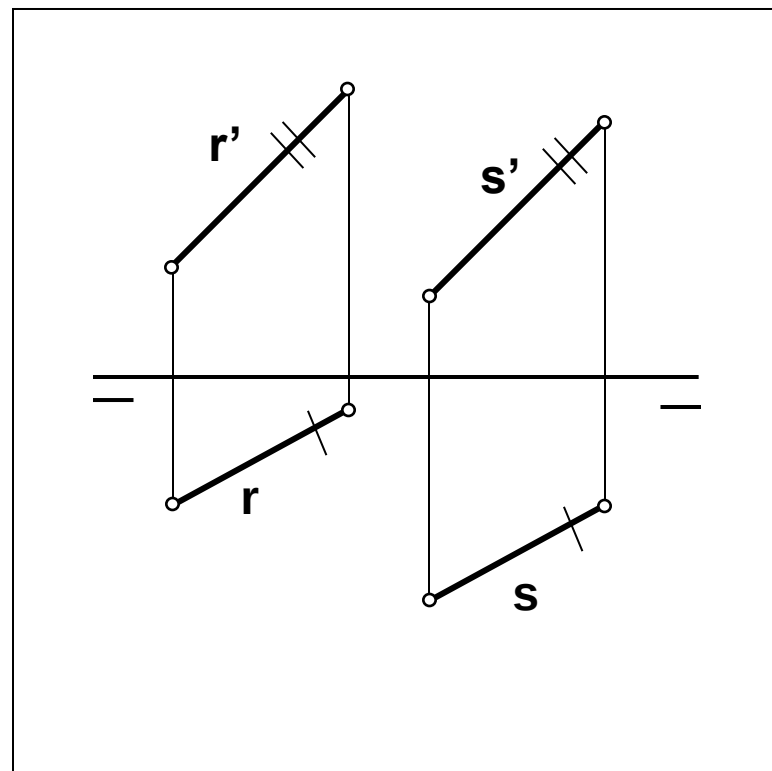
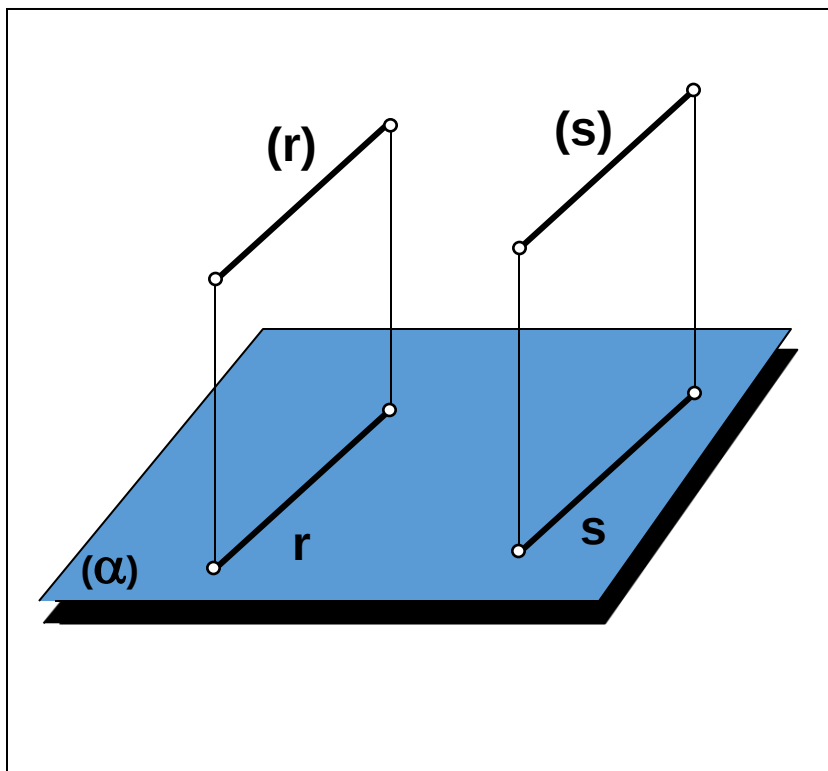
- **RETAS COPLANARES CONCORRENTES**

Duas retas são concorrentes quando uma das projeções de uma reta se reduz a um ponto sobre a projeção de mesmo nome da outra reta.



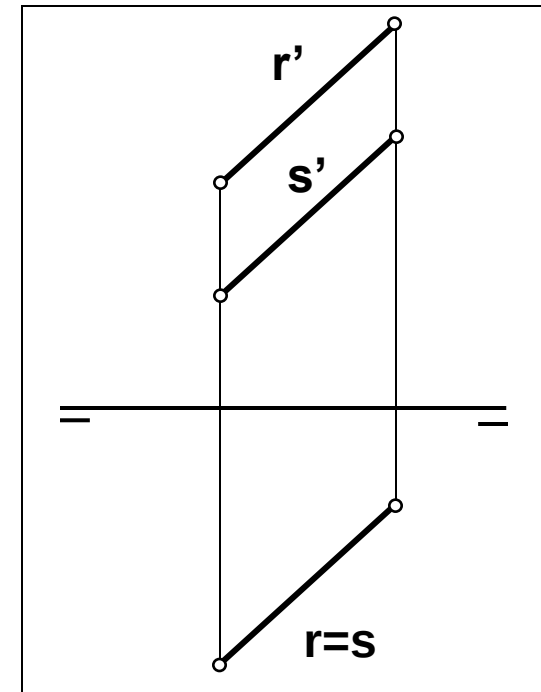
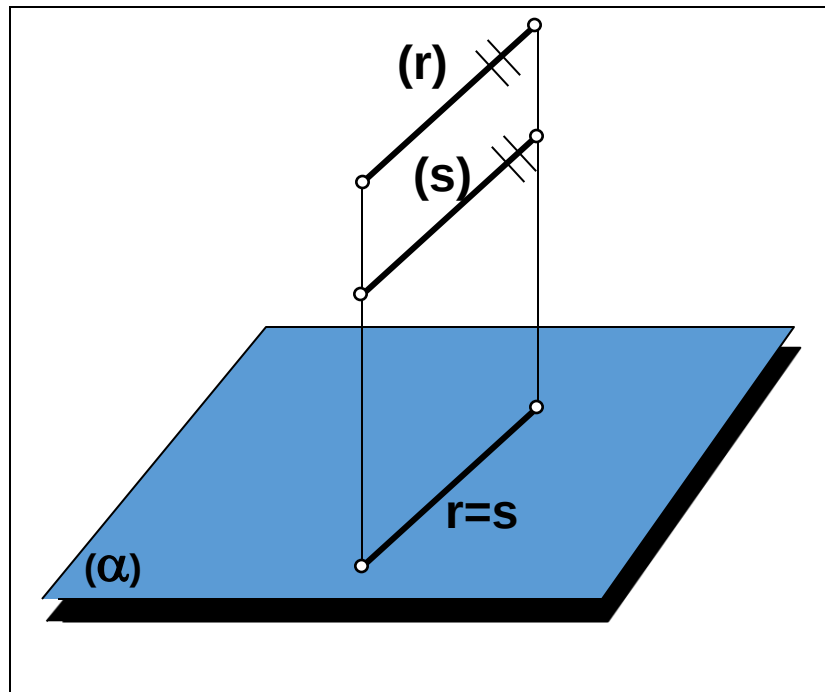
- **RETAS COPLANARES PARALELAS**

Duas retas são paralelas quando >> (I) as suas projeções de mesmo nome são paralelas.



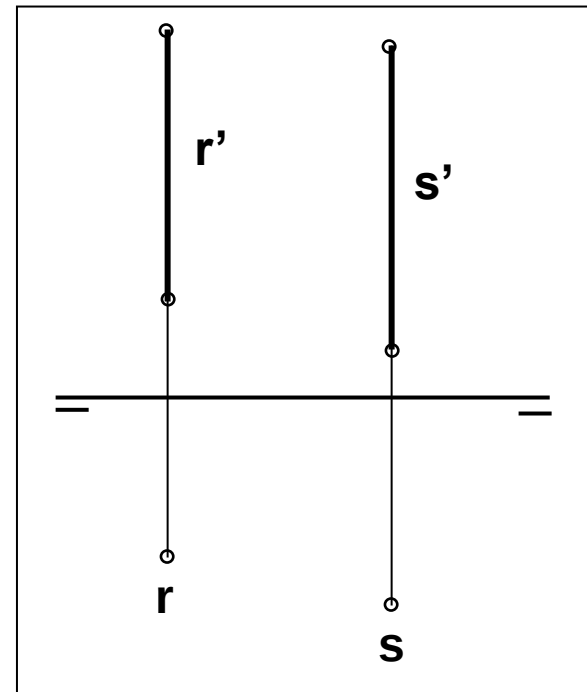
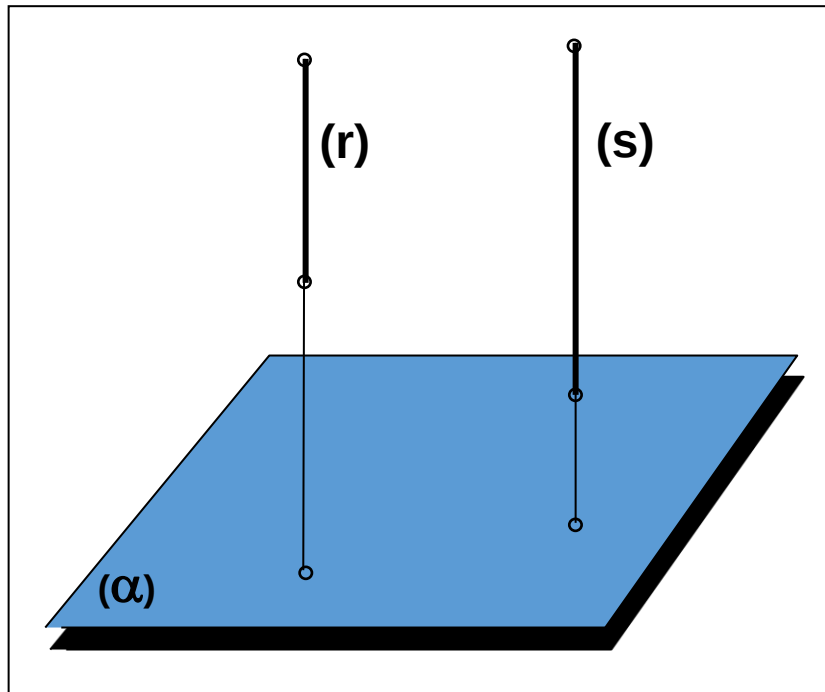
- **RETAS COPLANARES PARALELAS**

Duas retas são paralelas quando $\gg$ (II) duas projeções de mesmo nome se confundem e as outras duas são paralelas (é o caso de duas retas $//s$ admitirem um mesmo plano projetante).



- **RETAS COPLANARES PARALELAS**

Duas retas são paralelas quando >> (III) as suas projeções sobre um mesmo plano se reduzem, cada uma, a um ponto.



É o caso de duas retas verticais ou de topo que obrigatoriamente são paralelas entre si.

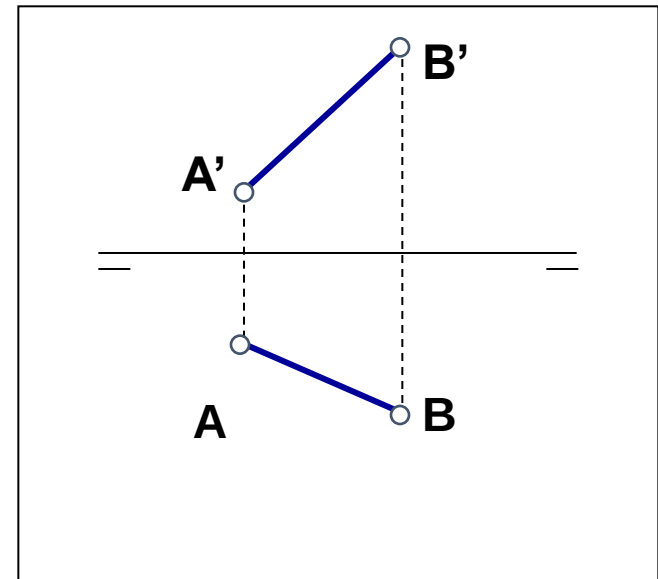
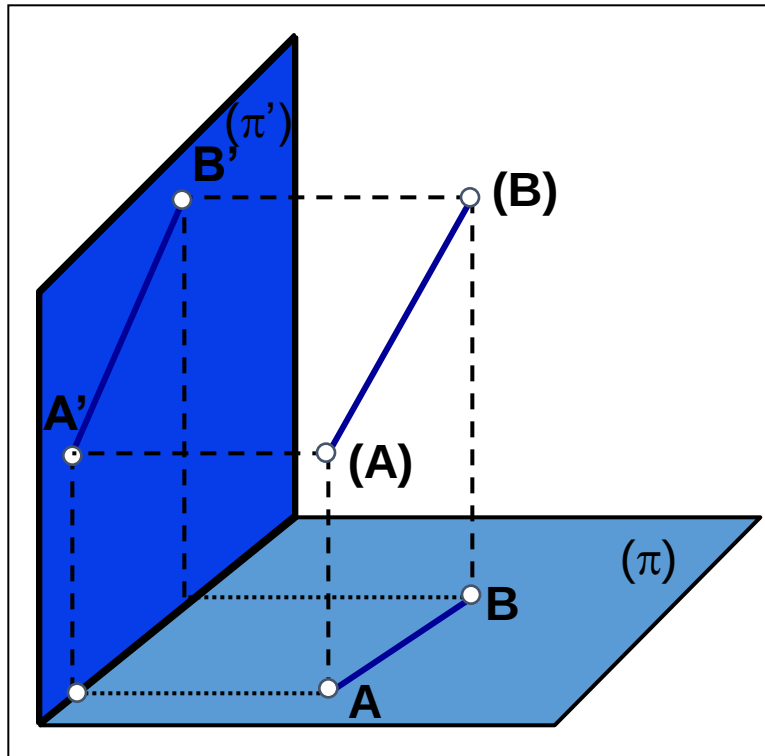
ALGUMAS POSIÇÕES DA RETA

- RETA HORIZONTAL: reta paralela ao plano horizontal.
- RETA FRONTAL: reta paralela ao plano vertical.
- RETA FRONTO-HORIZONTAL: reta paralela aos dois planos.
- RETA VERTICAL: reta perpendicular ao plano horizontal.
- RETA DE TOPO: reta perpendicular ao plano vertical

Não mencionamos retas perpendiculares aos dois planos? Por que?

DETERMINAÇÃO DE UMA RETA

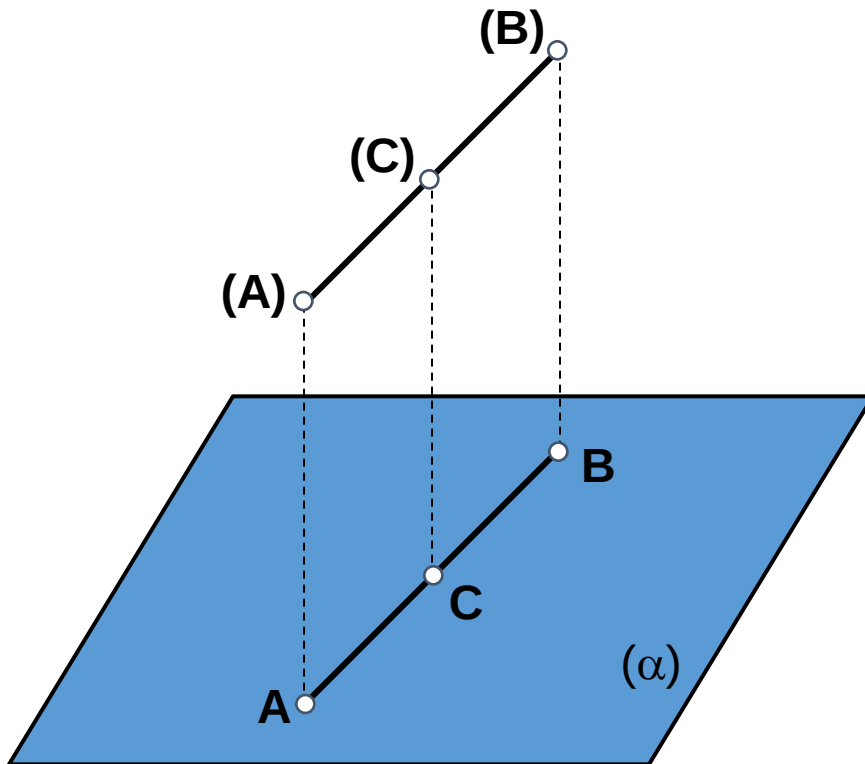
De modo geral, a posição de uma reta no espaço fica bem determinada quando são conhecidas as projeções desta reta sobre os dois planos ortogonais de Monge.



Sejam os planos (π) e (π') perpendiculares e AB e $A'B'$ respectivamente as projeções da reta $(A)(B)$, cuja posição queremos determinar. Por AB faz-se passar um plano perpendicular ao plano (π) ; o mesmo se aplica com $A'B'$ em relação a (π') . Cada um dos planos, que são os planos projetantes da reta nos respectivos planos de projeção, deve conter a reta do espaço, que será então a interseção destes 2 planos projetantes.

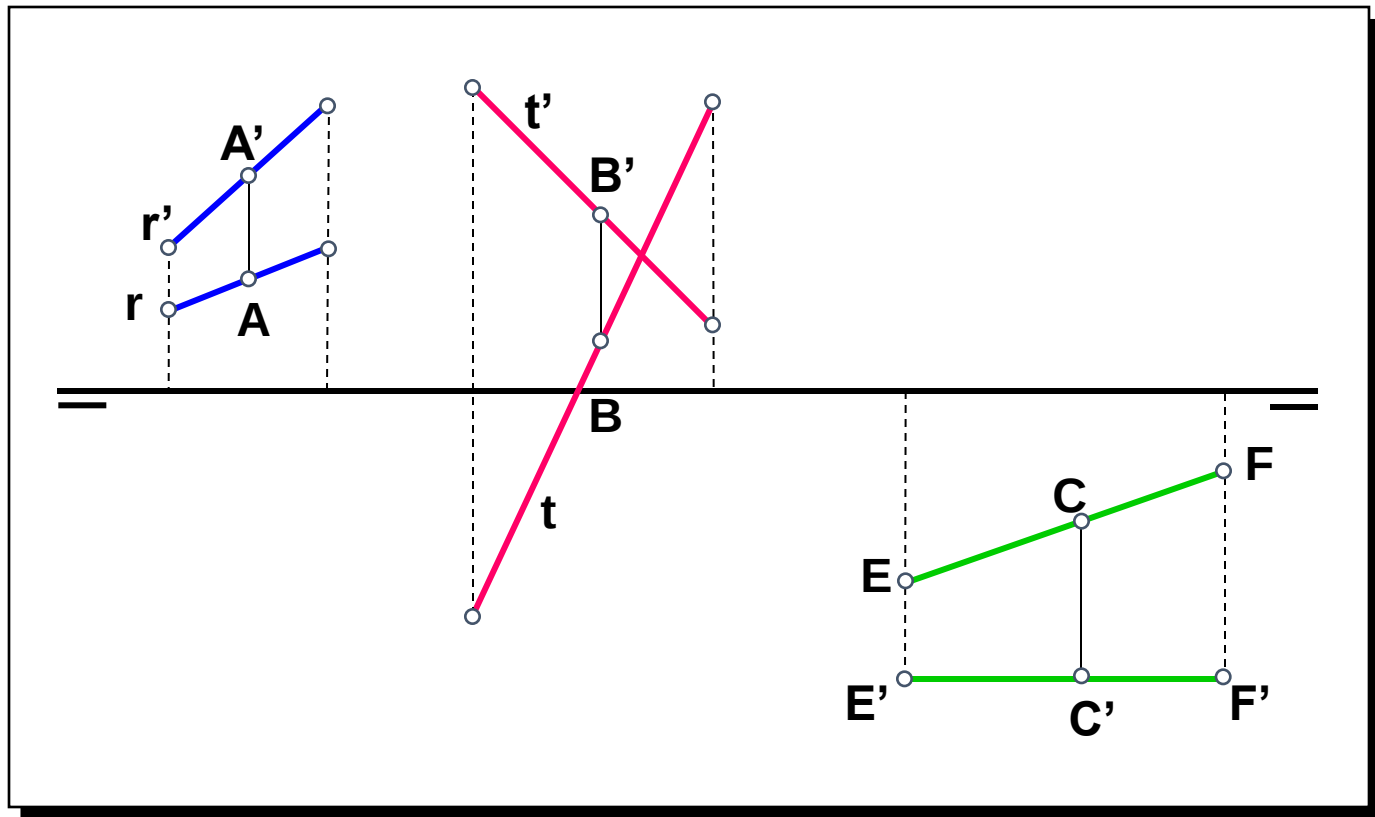
PERTINÊNCIA DE PONTO E RETA

Sabe-se que três pontos em linha reta projetam-se segundo três pontos também em linha, EXCETO quando os pontos estão na mesma reta perpendicular ao plano.



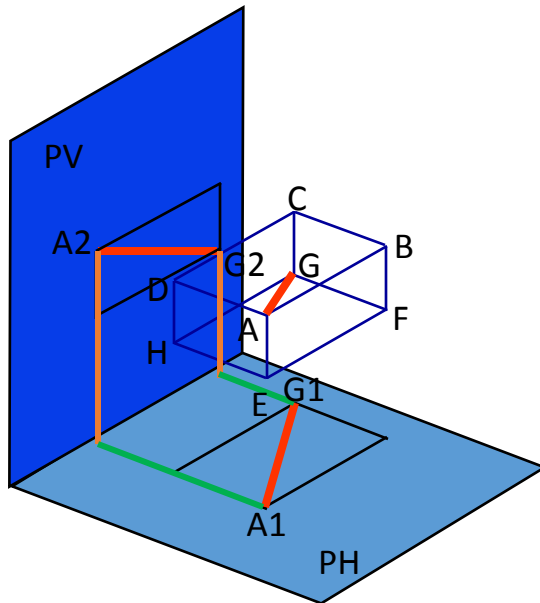
Verifica-se então que se o ponto (C) da figura ao lado pertence à reta (A)(B), a projeção C pertence à projeção AB.

REGRA GERAL: um ponto pertence a uma reta quando as projeções deste ponto estão sobre as projeções de mesmo nome da reta, ou seja, a projeção horizontal do ponto sobre a projeção horizontal da reta e a projeção vertical do ponto também sobre a projeção vertical da reta.

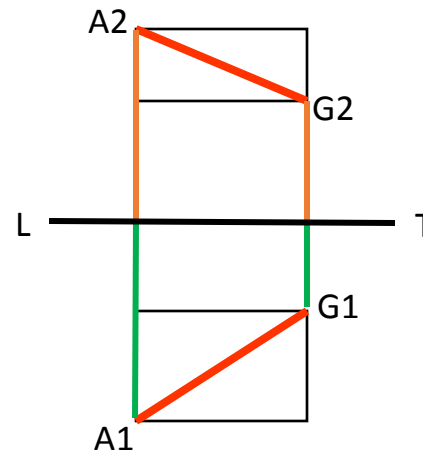


RETA QUALQUER (AG)

No espaço



Na épora

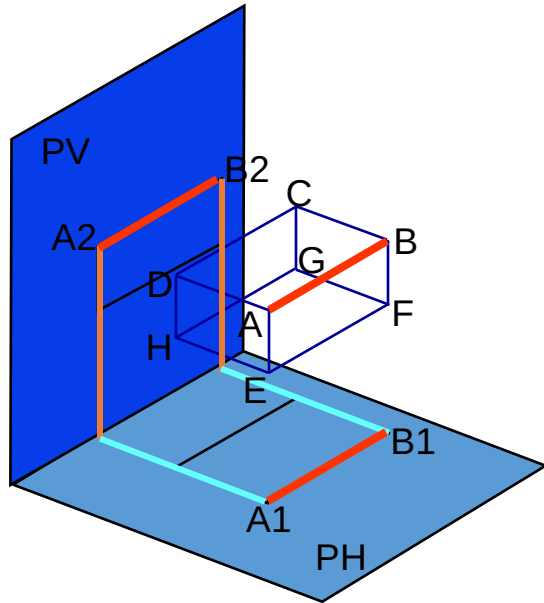


Características da reta Qualquer:

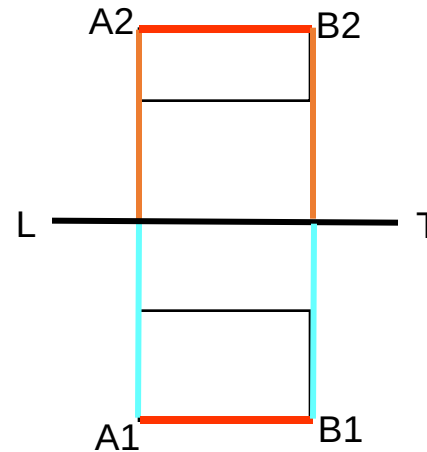
- O segmento AG é oblíquo em relação ao PV e ao PH.
- Tanto as cotas como os afastamentos são diferentes ao longo do segmento.
- Nenhuma de suas projeções está em V.G.
- As projecções horizontais e as verticais são oblíquas em relação à LT.

RETA FRONTO-HORIZONTAL (AB)

No espaço



Na é pura

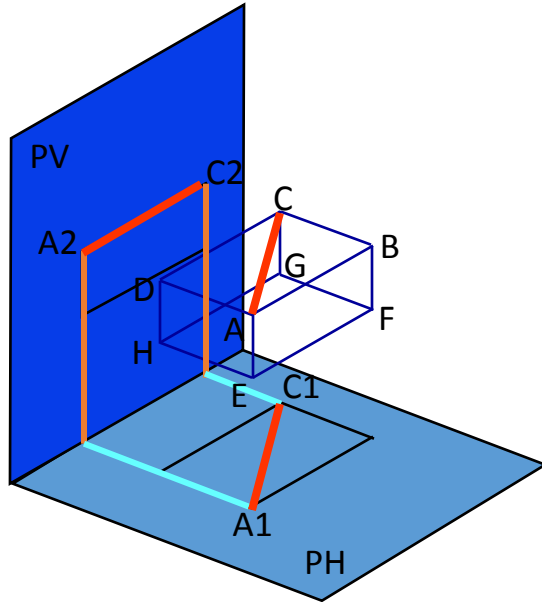


Características da reta Fronto-horizontal:

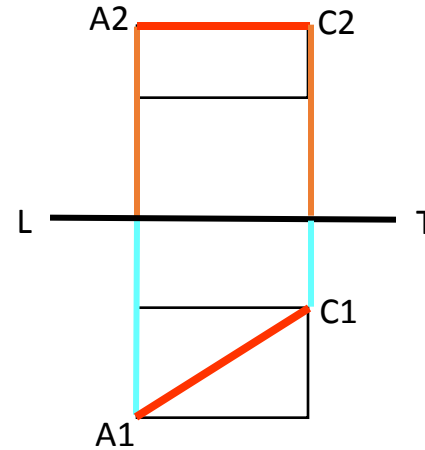
- O segmento AB tem a mesma cota – distância do ponto ao PH - em todos os seus pontos, portanto é paralela ao PH.
- Tem também, o mesmo afastamento – distância do ponto ao PV - em todos os seus pontos e portanto é paralela ao PV.
- Sendo paralela ao PV e ao PH também o será à LT.
- Por ser paralela ao PH, a sua projeção horizontal está em V.G. – Verdadeira Grandeza
- Por ser paralela ao PV, a sua projeção vertical também estará em V.G.

RETA HORIZONTAL (AC)

No espaço



Na épora

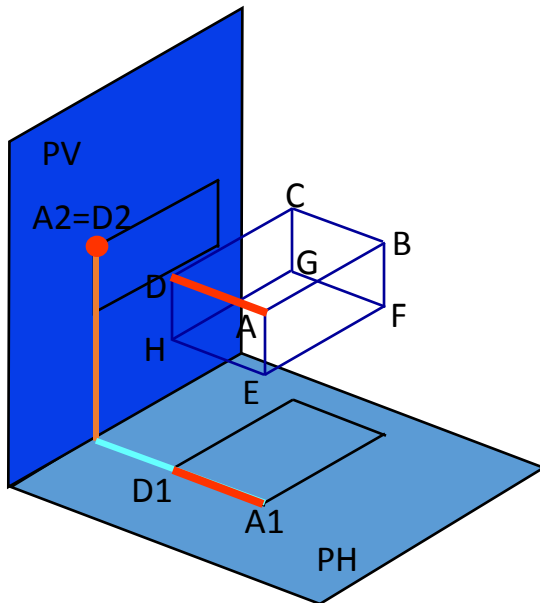


Características da reta Horizontal:

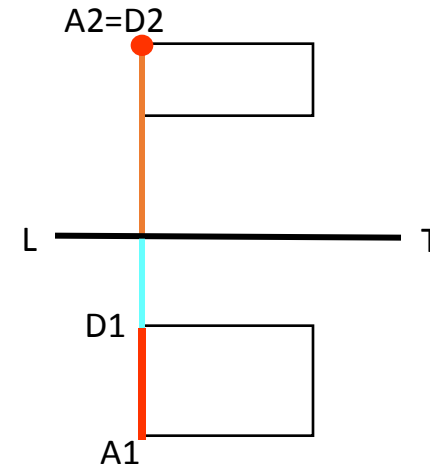
- O segmento AC tem mesma cota em todos os seus pontos, portanto é paralela ao P H.
- Porém tem afastamentos diferentes nos pontos, é oblíquo ao PV.
- Por ser paralela ao PH porém oblíquo ao PV, a sua projeção horizontal está em V.G. e é oblíqua à LT.
- Sendo oblíquo ao PV e paralelo ao PH, a sua projeção vertical é paralela à LT.

RETA DE TOPO (AD)

No espaço



Na é pura

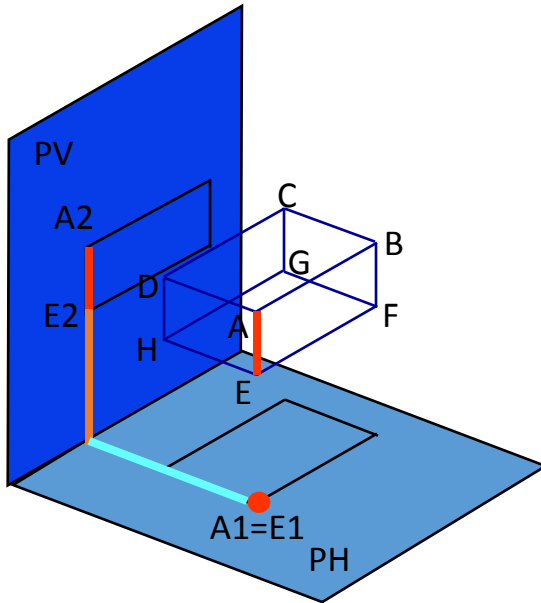


Características da reta de Topo:

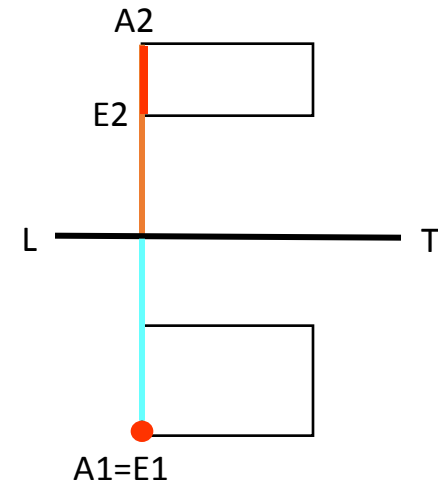
- O segmento AD tem mesma cota em todos os seus pontos, portanto é paralela ao PH.
- Porém tem afastamentos diferentes nos seus pontos e, é perpendicular ao PV.
- Por ser paralela ao PH, a sua projeção horizontal está em V.G. e é perpendicular à LT.
- Sendo perpendicular ao PV, a sua projeção vertical transforma-se num ponto.

RETA DE VERTICAL (AE)

No espaço



Na é pura

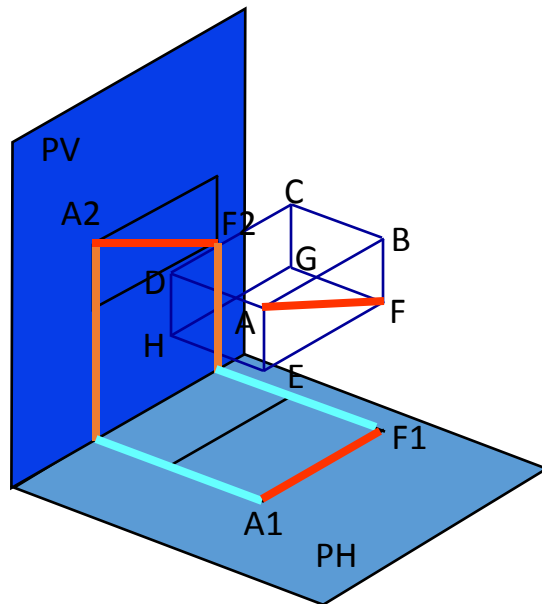


Características da reta Vertical:

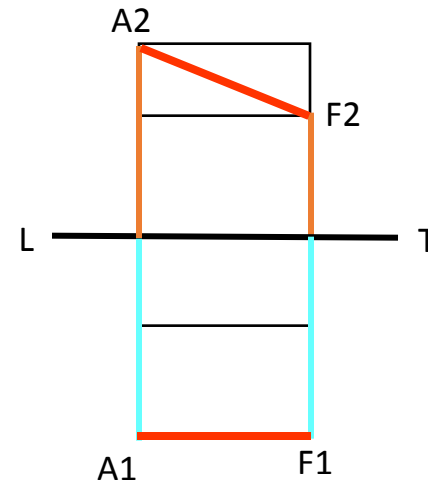
- O segmento AE tem o mesmo afastamento em todos os seus pontos, portanto é paralelo ao PV.
- Porém tem cotas diferentes nos seus pontos e, é perpendicular ao PH.
- Sendo paralelo ao PV, a sua projeção vertical estará em V.G. e é perpendicular à LT.
- Por ser perpendicular ao PH, a sua projeção horizontal estará reduzida a um ponto.

RETA FRONTAL (AF)

No espaço



Na épora

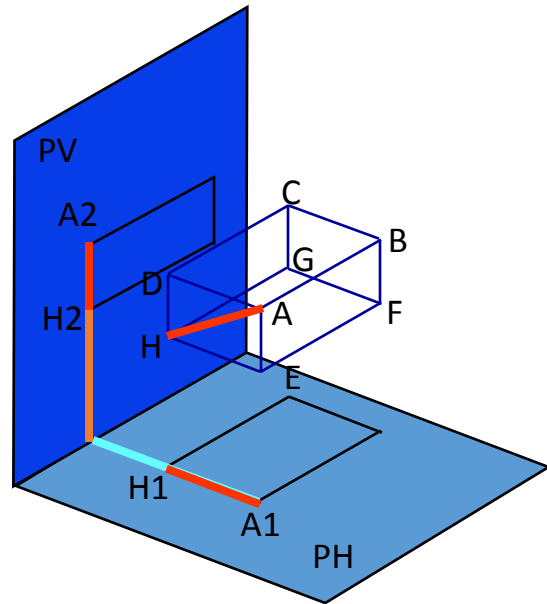


Características da reta Frontal:

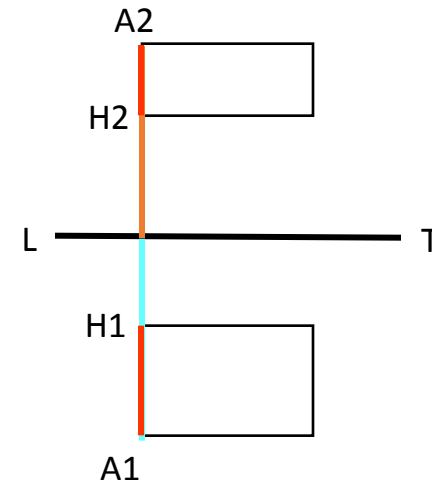
- O segmento AF tem o mesmo afastamento em todos os seus pontos, portanto é paralelo ao PV.
- Porém tem cotas diferentes nos seus pontos e, é oblíquo ao PH.
- Sendo paralelo ao PV, a sua projeção vertical estará em V.G. e é oblíqua à LT.
- Por ser oblíqua ao PH mas paralela ao PV, a sua projeção horizontal será paralela à LT.

RETA DE PERFIL (AH)

No espaço



Na éपुरa

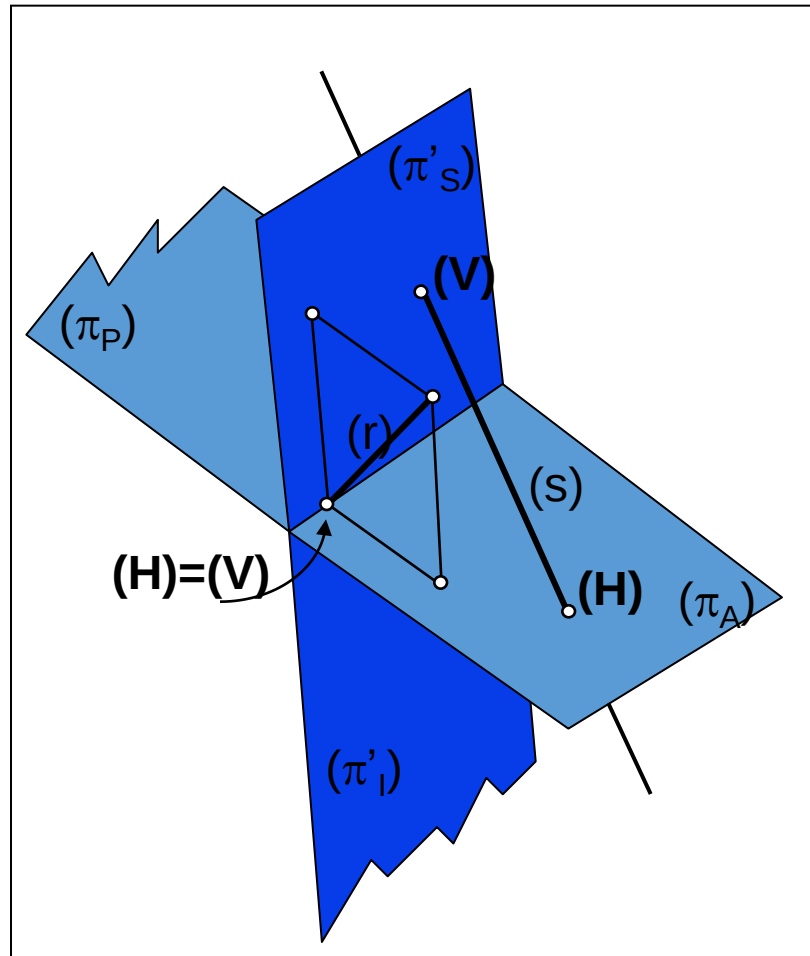


Características da reta de Perfil

- O segmento AH é oblíquo tanto ao PV, quanto ao PH;
- As cota e os afastamentos são diferentes ao longo do segmento
- As suas projeções horizontal e vertical não estão em V.G
- As projeções horizontal e vertical são perpendiculares à LT.
- No espaço, ela pode ser concorrente à LT.

POSIÇÕES DA RETA

RETA DE PERFIL



Uma reta de perfil só pode ocupar 2 posições em relação aos planos de projeção:

(i) ou possui os 2 traços distintos (H) e (V) e neste caso passa por 3 diedros ou,

(ii) possui os seus traços coincidentes sobre a LT e só atravessará os 2 diedros opostos.

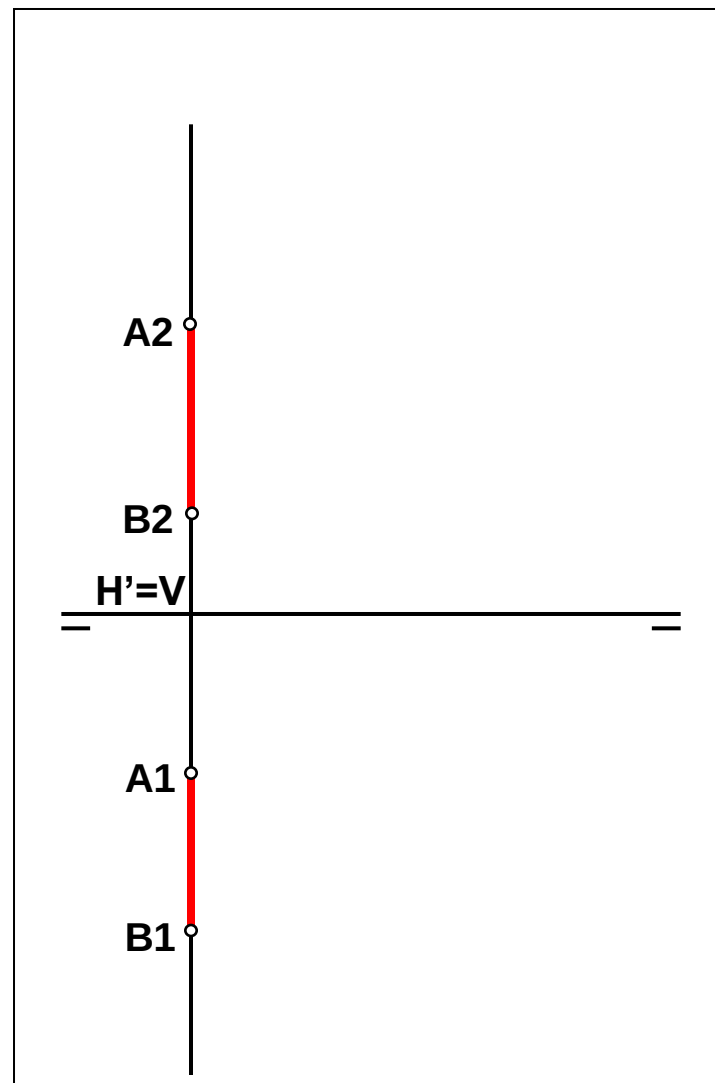
TRAÇOS DE RETA DE PERFIL

EM ÉPURA:

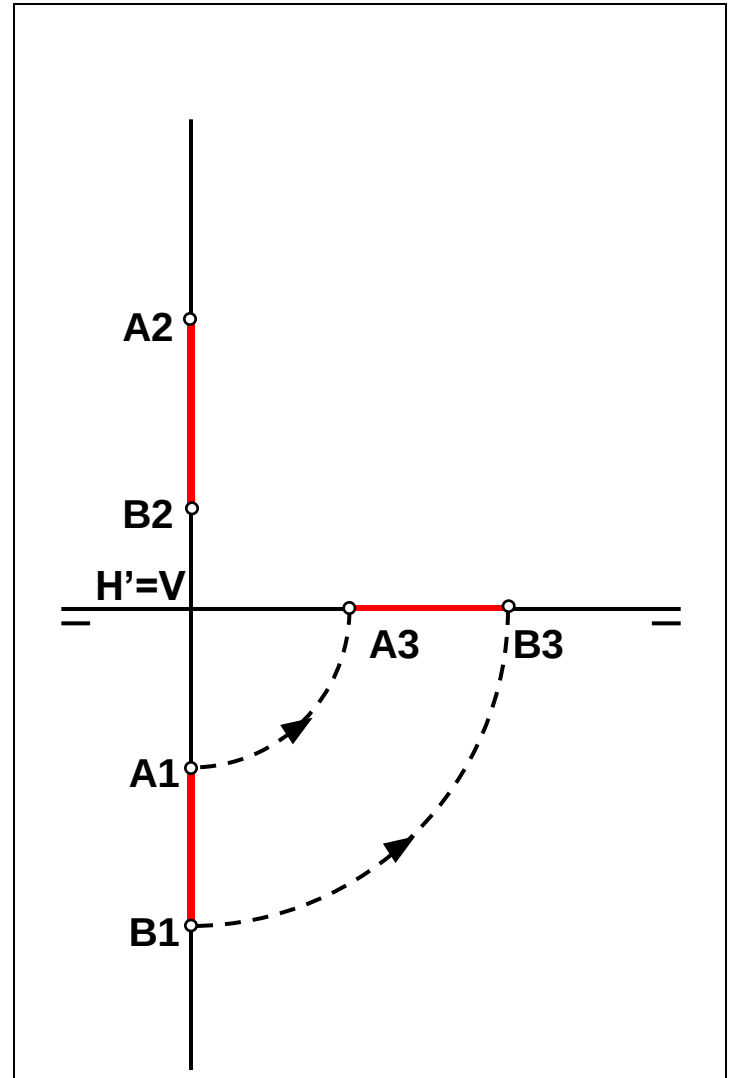
- seja (A) (B) dada por suas projeções A2 e B2 e A1 e B1. $V' (=V)$ é o traço da reta sobre o plano vertical (π'). Suponha que o traço “H” da reta sobre o plano horizontal (π) e o traço “V” da reta sobre o plano vertical (π') sejam desconhecidos. VAMOS DETERMINÁ-LOS!!.

- Opera-se fazendo-se centro em $H'=V$ e descrevendo os raios de círculo até situar estes pontos em A3 e B3 na linha de terra.

OBS: na realidade não é necessário obrigatoriamente traçar os arcos de círculo. O transporte dos afastamentos dos pontos (A) e (B) para $H'A3$ e $H'B3$ levam ao mesmo resultado.



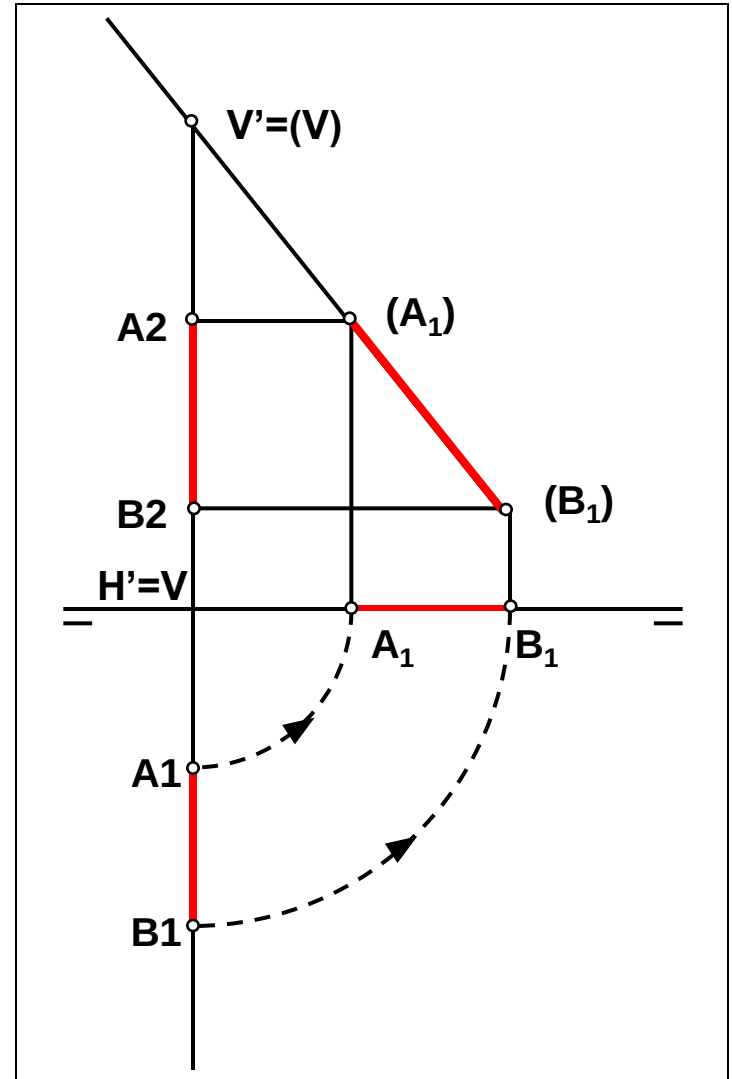
PASSO 1

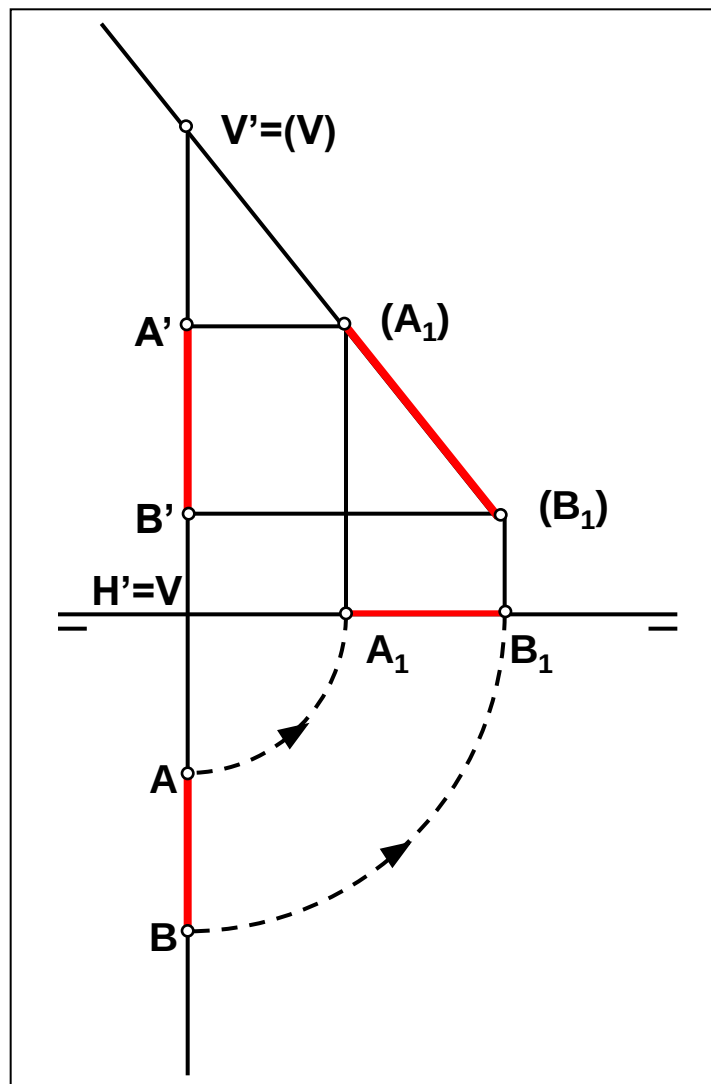


EM ÉPURA:

- teremos em $(A_1)(B_1)$ a verdadeira grandeza da reta $(A)(B)$
- através do prolongamento superior da reta $(A_1)(B_1)$ podemos derivar o traço vertical $(V)=V'$ da reta $(A)(B)$

PASSO 2





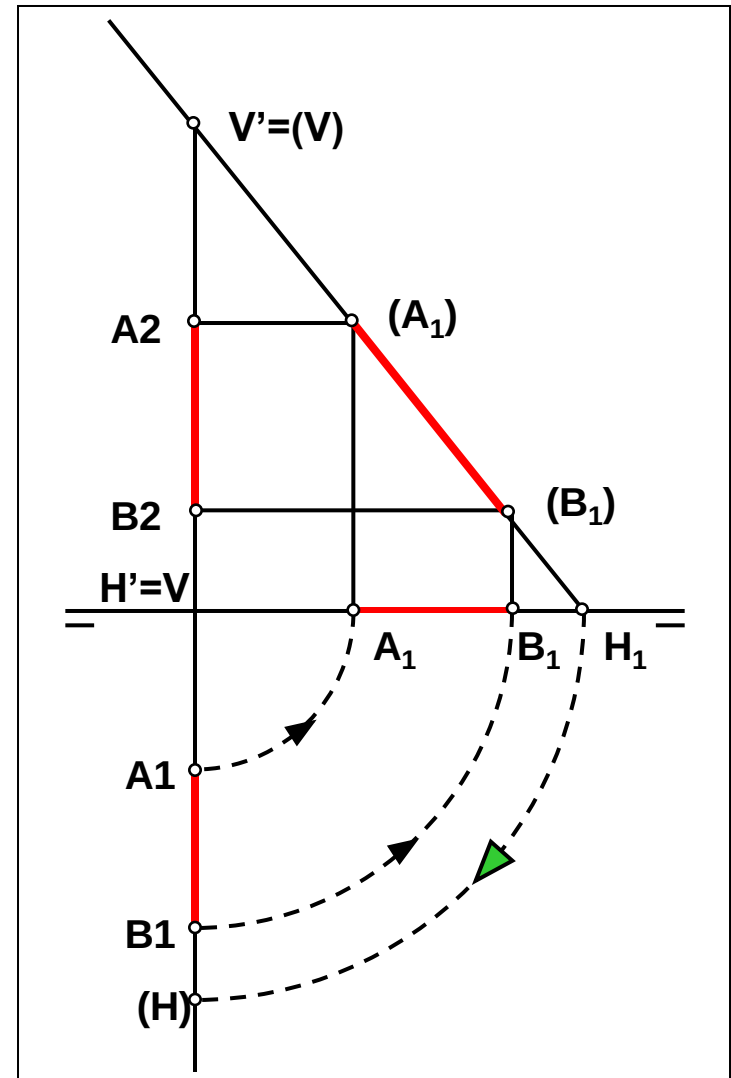
EM ÉPURA:

- com o mesmo centro em $H'=V$ e raio $H'H_1$, descreve-se, em sentido contrário ao efetuado para o rebatimento (sentido dos ponteiros), o arco H_1H , sendo (H) o traço horizontal.

PASSO 4

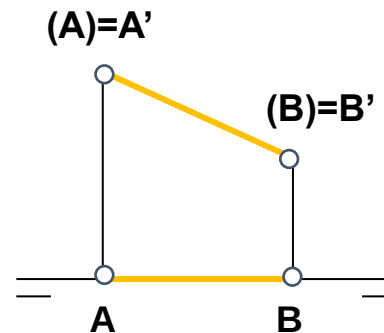
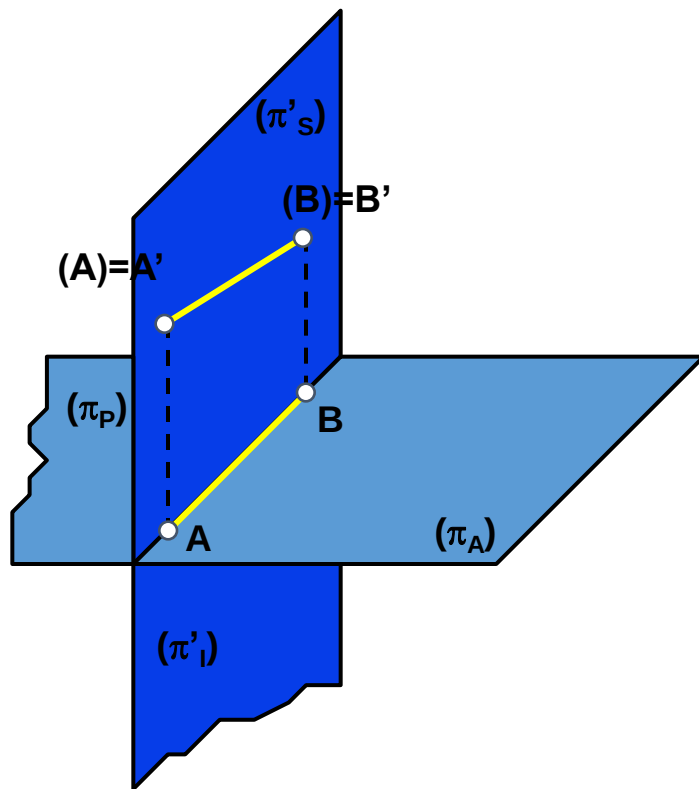
Pronto!

H e V' estão determinados.



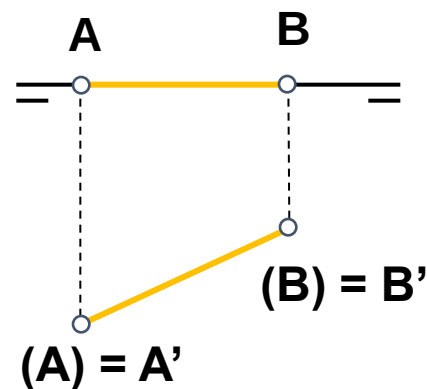
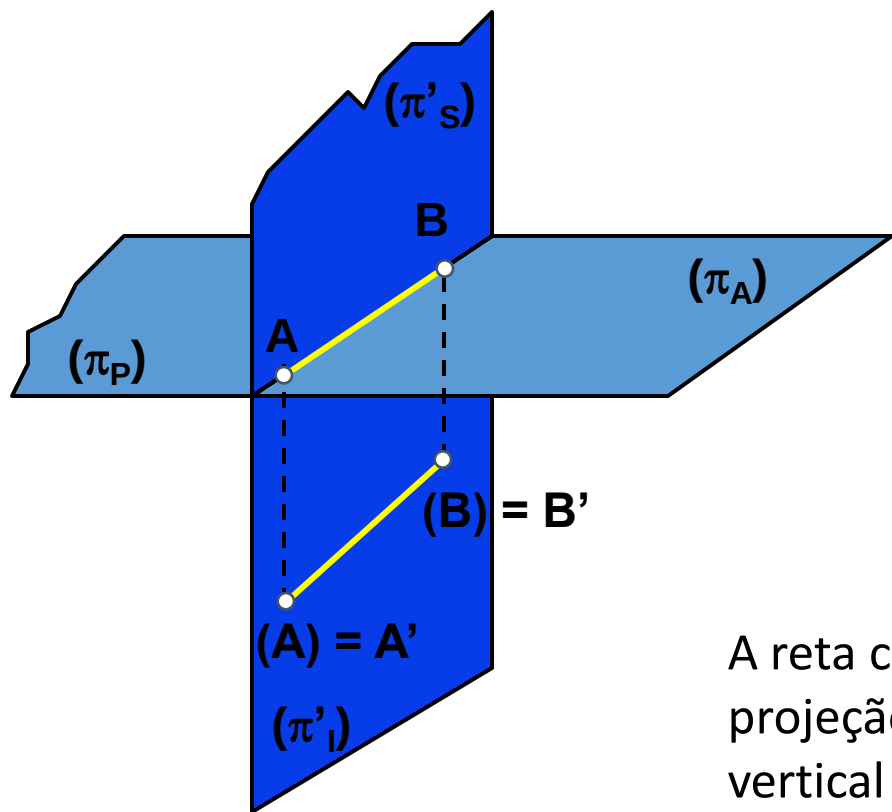
Assim como analisado para o ponto, esta reta pode estar contida toda dentro de qualquer dos semiplanos ou em coincidência com a LT. No primeiro caso, a reta possuirá sempre uma das projeções sobre a LT. No segundo caso, ambas as projeções coincidem com aquela com a LT.

Reta situada no (π'_s)



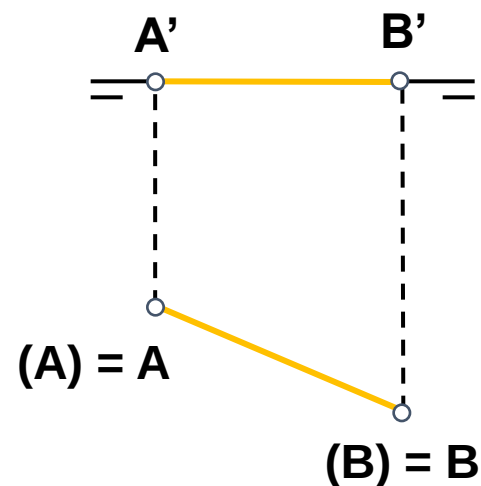
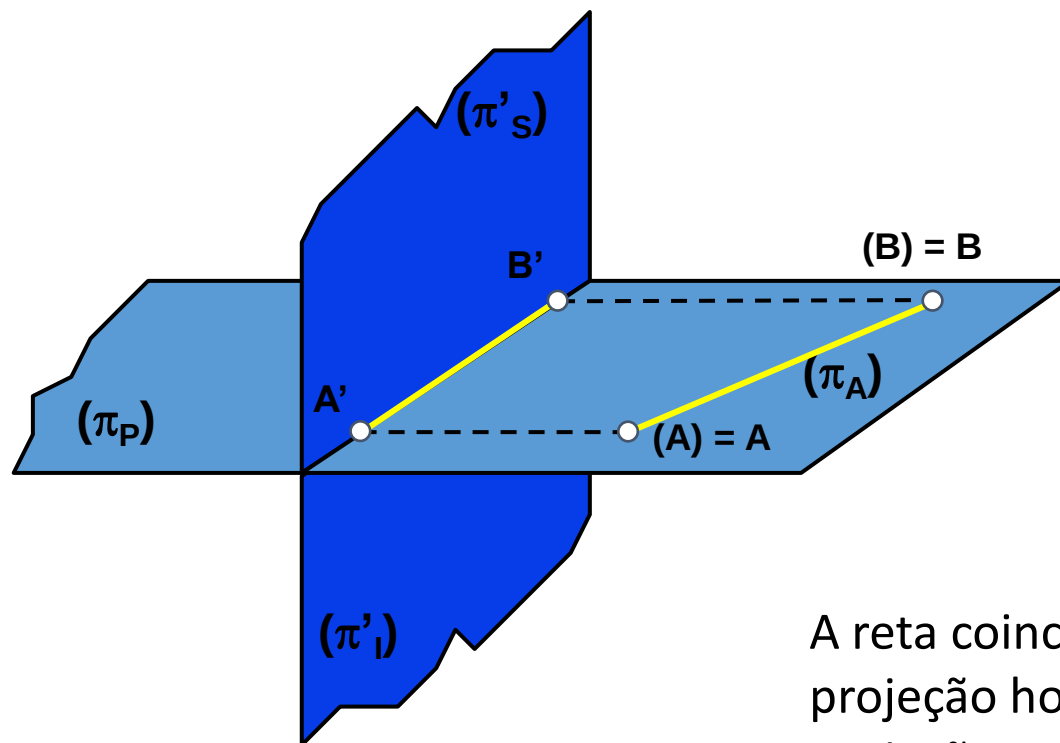
A reta coincide com a sua própria projeção vertical. Na *épura*, a projeção vertical aparece acima da LT e a projeção horizontal sobre a LT.

Reta situada no (π'_l)



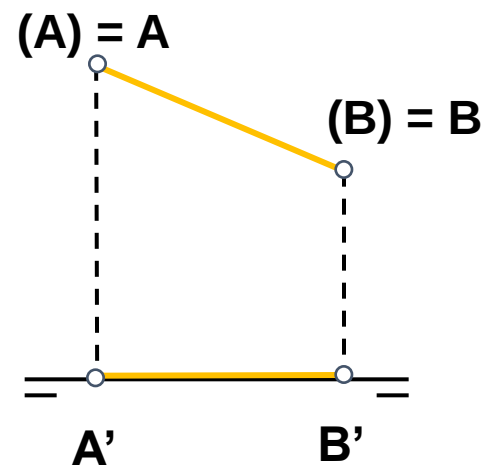
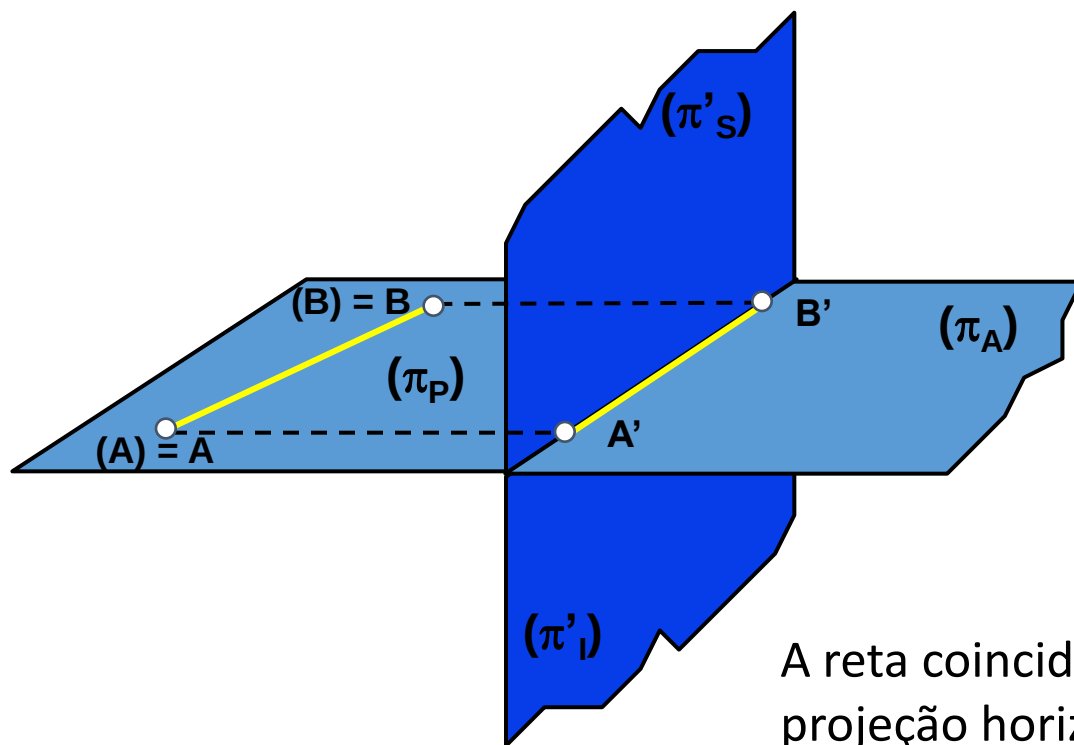
A reta coincide com a sua própria projeção vertical. Na épora, a projeção vertical aparece abaixo da LT e a projeção horizontal sobre a LT.

Reta situada no (π_A)



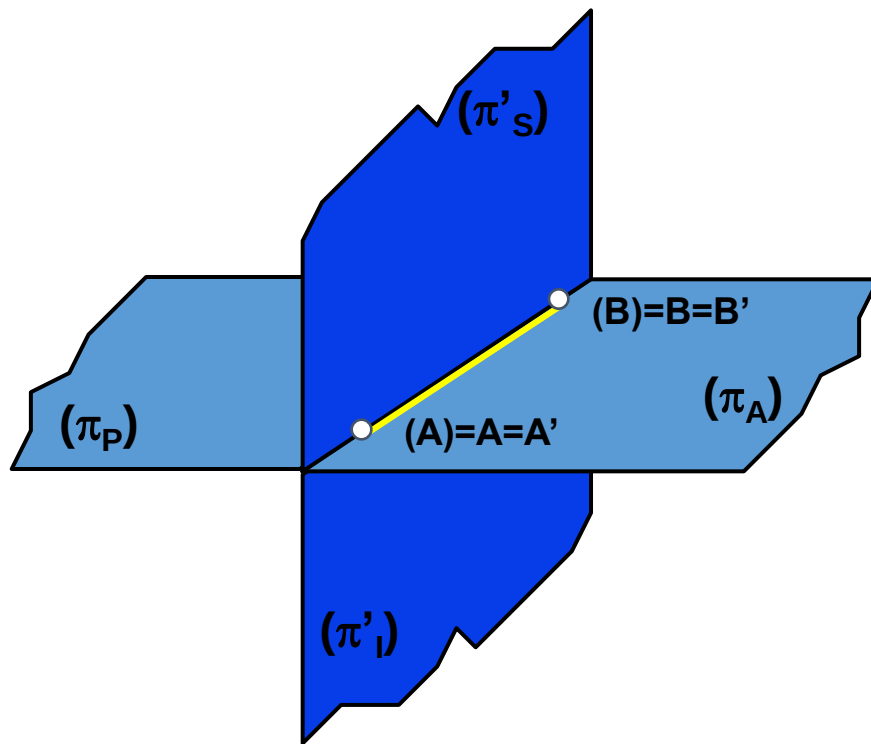
A reta coincide com a sua própria projeção horizontal. Na época, a projeção vertical da reta aparece sobre a LT, enquanto a sua projeção horizontal posiciona-se abaixo da LT.

Reta situada no (π_P)



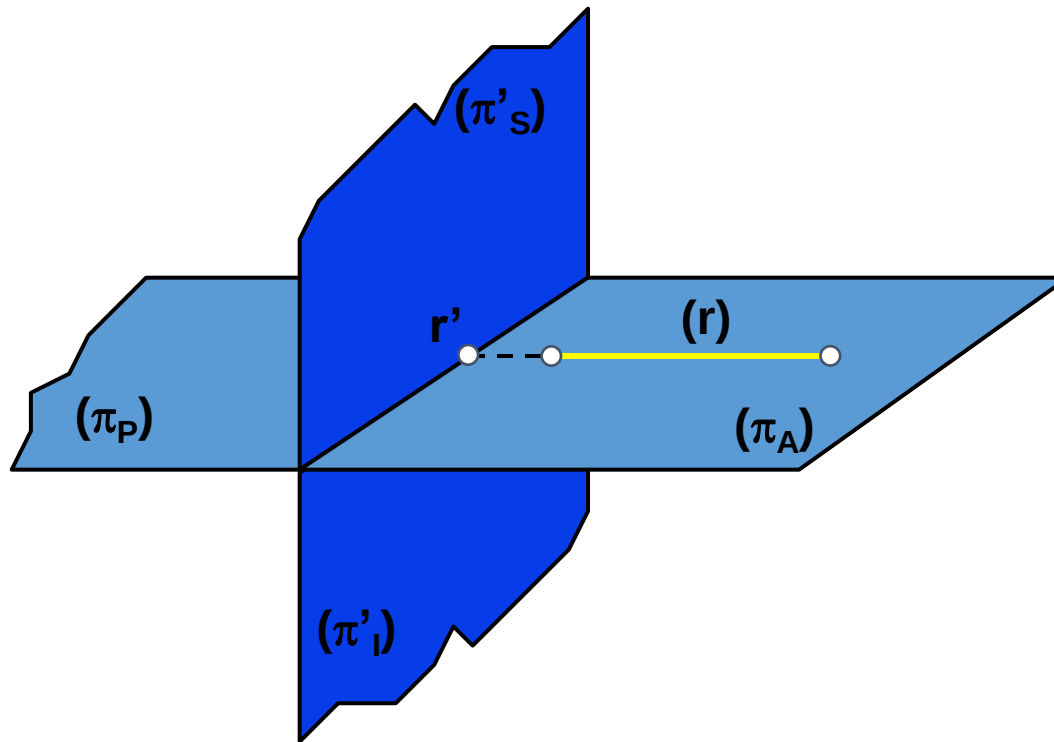
A reta coincide com a sua própria projeção horizontal. Na é pura, a projeção vertical da reta aparece sobre a LT, enquanto a sua a projeção horizontal posiciona-se acima da LT.

Reta situada sobre a LINHA DE TERRA $\pi\pi'$

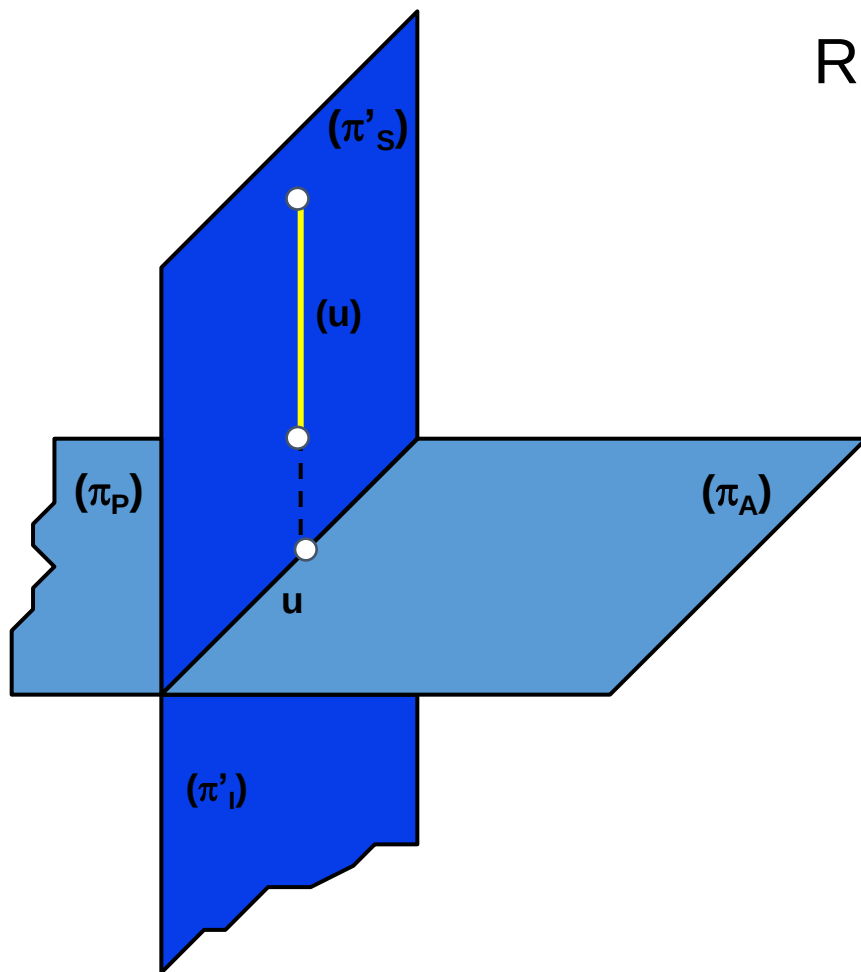


Outros exemplos:

Reta (r) de topo no (π_A)



Reta (u) vertical no (π'_S)



Reta (m) frontohorizontal no (π_P)

